

水文学基礎 Fundamentals of Hydrology Quiz

教科書 40 ページの 1 行目と 2 行目に示されているマーシャル & パルマーの推定結果

$$\Lambda(R) = 4.1R^{-0.21}\text{mm}^{-1}, \quad N_0 = 8.0 \times 10^3 \text{mm}^{-1}\text{m}^{-3}$$

を用いると、(3.24) 式が導かれることを示せ。

Using the estimated result by Marchall & Palmer in Eq. (2.6) in page 7, derive Eq. (2.7).

(解答)

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} x^m e^{-\lambda x} dx &= \left[-\frac{x^m e^{-\lambda x}}{\lambda} \right]_0^{\infty} + \frac{m}{\lambda} \int_0^{\infty} x^{m-1} e^{-\lambda x} dx \\ &= \frac{m}{\lambda} \int_0^{\infty} x^{m-1} e^{-\lambda x} dx = \frac{m}{\lambda} \frac{m-1}{\lambda} \cdots \frac{1}{\lambda} \int_0^{\infty} e^{-\lambda x} dx \\ &= \frac{m}{\lambda} \frac{m-1}{\lambda} \cdots \frac{1}{\lambda} \frac{1}{\lambda} = \frac{m!}{\lambda^{m+1}} \end{aligned}$$

を用いると、(3.21) 式

$$Z = \int_0^{\infty} N_0 \exp(-\Lambda(R)D) D^6 dD = N_0 \frac{6!}{\Lambda(R)^7} = N_0 \frac{720}{\Lambda(R)^7}$$

が得られる。次に、

$$\Lambda(R) = 4.1R^{-0.21}\text{mm}^{-1}, \quad N_0 = 8.0 \times 10^3 \text{mm}^{-1}\text{m}^{-3}$$

を上式に代入すると

$$Z = \frac{720N_0}{\Lambda(R)^7} = \frac{720 \times 8.0 \times 10^3 \text{mm}^{-1}\text{m}^{-3}}{(4.1R^{-0.21}\text{mm}^{-1})^7} = \frac{720 \times 8.0 \times 10^3 \text{mm}^{-1}\text{m}^{-3}}{(4.1 \text{mm}^{-1})^7} R^{1.47} = BR^{\beta}$$

となり、 $B = 296$ 、 $\beta = 1.47$ が得られる。このとき Z の単位は mm^6m^{-3} 、 R の単位は $\text{mm}\cdot\text{h}^{-1}$ である。この式は、雨量レーダーを用いて、レーダー反射因子 Z を観測することができれば、それから降雨強度 R を推定することができることを表している。

(Answer) Substituting Eq. (2.6) into Eq. (2.5), we find

$$\begin{aligned} Z &= \frac{720N_0}{\Lambda^7} = \frac{720 \times 8.0 \times 10^3 \text{mm}^{-1}\text{m}^{-3}}{(4.1R^{-0.21} \text{mm}^{-1})^7} = \frac{720 \times 8.0 \times 10^3 \text{mm}^{-1}\text{m}^{-3}}{(4.1 \text{mm}^{-1})^7} R^{1.47} \\ &= BR^{\beta}, \quad B = 296 \text{mm}^6\text{m}^{-3}, \quad \beta = 1.47 \end{aligned}$$

Here, the units of Z and R are mm^6m^{-3} and $\text{mm}\cdot\text{h}^{-1}$, respectively. This equation indicates that if the radar reflectivity factor Z is measured, the rainfall intensity R can be estimated based on the measurement.