

流出モデルの不確実性評価手法と そのモデル選択への適用

佐山敬洋¹・立川康人²・寶 馨³

¹学生会員 工修 京都大学大学院工学研究科都市環境工学専攻(〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

E-mail: sayama@mbox.kudpc.kyoto-u.ac.jp

²正会員 博(工) 京都大学防災研究所助教授 水災害研究部門(〒611-0011 宇治市五ヶ庄)

³フェロー会員 工博 京都大学防災研究所教授 水災害研究部門(〒611-0011 宇治市五ヶ庄)

流出モデルによる予測の不確実性を評価し、観測情報の入手条件と予測対象洪水の規模に応じて適切なモデルを選択する手法を示す。この手法では、流出モデルのパラメータの選択過程をモンテカルロシミュレーションを用いて再現することにより、パラメータ同定の不確実性とそれに伴うモデル出力の不確実性を定量評価する。さらに、詳細な物理過程を再現する分布型流出モデルを理想モデルと考え、それを単純化した場合にモデル構造の不十分さによって生ずる予測の不確実性を相対評価する。

Key Words : uncertainty analysis, ungauged basin, model evaluation, data availability

1. はじめに

治水計画の基本量となる基本高水や、実時間での予測流量は、その算出過程で様々な不確実性を含む。この予測の不確実性は、流出モデルのパラメータ値が十分でないこと、モデルの構造が実際の流出現象を十分に表現できていないこと、入力値(降雨)に誤差を含むこと、モデルの初期条件が不十分であることなどに起因し、これらがモデル出力に伝播したものである。

これまで、このような不確実性を十分に評価することなく、いたずらに新たなモデルが提案されてきた。新たなモデル開発は今後も十分に行われるべきであるが、同時に流出モデルによる予測を不確実性の観点から評価することが大事である。不確実性を評価する意義を筆者らは以下のように考える。

- (a) 流出モデルの出力を確率量として取り扱い、それを治水計画や洪水予報に役立てる。

流出モデルによる予測の不確実性が明らかになれば、河川計画や洪水予報の場面で科学的な根拠をもとに予測できる範囲が明らかになり、人間が判断すべき事項が明確になる。

このためには、パラメータの不確実性やモデル構造の不確実性を取り扱うだけでなく、入力情報としての降雨の不確実性とその伝播特性も含めて総合的に予測の不確実性を取り扱う必要がある。

- (b) 不確実性の原因を追求し、それを取り除くことによって予測精度の向上をはかる。

流出予測の不確実性を大きくする支配的要因が

明らかになれば、その影響を低減させることで予測精度を向上させることができであろう。例えば、入力降雨の空間スケールが粗いことが流出予測の不確実性を大きくしているならば、降雨観測を充実すればよいし、パラメータの同定が不十分であることが流出予測の不確実性を大きくしているならば、流域場の物理量の観測やパラメータ同定を可能とする流量観測を充実すればよい。

このためには、予測の不確実性を原因別に定量化する必要がある。

- (c) モデル評価の指標として予測の不確実性を適用する。

モデルの性能を表す指標の一つとして予測の不確実性を取り扱い、この指標をもとに適切なモデルの選択を行う。精度の高い観測情報が得られた場合に限り、よい結果を出すモデルがつねに望ましいモデルとはいえない。限られた観測情報をもとに、安定して良い結果を出すモデルを必要とする場合がある。

このためには、予測の不確実性に及ぼす観測の効果を明らかにすることにより、観測情報の入手状況に応じた流出予測の不確実性を評価する必要がある。本論は、このような観測効果を陽に考慮する不確実性評価手法を提案することを目的としている。

流出モデルの不確実性評価手法は、これまでいくつか提案されており、大きくはモンテカルロシミュレーションを用いた手法と解析的な手法に分かれる^{1),2),3)}。

非線形性が強く、多くのパラメータを含む流出モデルには、前者の手法が適する場合が多い。例えば、Beven and Binley⁴⁾は現実的なパラメータの範囲をあらかじめ決定し、そこからランダムに抽出したパラメータベクトルを用いて繰り返し計算を行い、結果のばらつきを調べる方法を提案している。繰り返し計算を行いながら、観測データを同化し、パラメータベクトルの尤度を更新していく点にその方法の特徴がある。流出予測の不確実性を評価することは、モデルを観測の不十分な流域に適用するうえでも重要な課題であり、国際的にもその重要性に対する認識が高まりつつある⁵⁾。しかしながら、流出モデルの不確実性を指標とし、観測条件に応じた適切なモデルの構造を検討する研究は、筆者らの知る限りでは、これまで行われていない。

本論で提案する不確実性評価手法は、モンテカルロシミュレーションを用いてパラメータベクトルを生成する点において Beven and Binley⁴⁾の手法を用いる。ただし、その手法の目的は上述のとおり観測状況に応じたモデルの比較評価である。ここでは、モデルの利用者がパラメータを決定する過程を、流量観測が行われた場合、行われていない場合についてそれぞれモンテカルロシミュレーションを用いて再現する。そして、選択される可能性のあるパラメータベクトルを用いて流出予測を行い、予測結果の誤差の期待値を流出モデルによる予測の不確実性とみなす。

この不確実性評価手法をモデル構造の異なる三種類の分布型流出モデルに適用し、流量観測情報の入手状況と、予測の対象となる洪水の規模に応じて、不確実性の少ないモデルを選択する方法を検討する。つまり、それぞれのモデルのパラメータ空間しか分からぬ場合について、その不確実性がどの程度流出予測に影響を及ぼすか、また、その不確実性が流量観測によってどのように低減できるのかを評価する。一般的には観測データが不十分な流域で構造の複雑なモデルを用いると不確実性が大きくなる。このことを定量的に示すとともに、そのような流域で構造の単純なモデルを用いることの問題点についても言及する。

2. 不確実性評価手法

(1) 流出モデルの四種の不確実性

不確実性評価手法の定式化を行うにあたり、流出システムと流出モデルの一般表現式をまず導入し、流出モデルの四種の不確実性について説明する。

実際の降雨流出システムを式(1)のように記述する。

$$\{Q\} = F(\{R\}, H_0, \theta) \quad (1)$$

ここで $\{Q\}$ はシステムからの出力 (流量)、 $\{R\}$ はシステムへの入力 (降雨)、 H_0 はシステムの初期状態量、 θ

はシステムの物理的特性である。実際の流出システムにおける変換過程を F で表現している。この変換過程をある関数 f を用いて表現したものが流出モデルである。

$$\{\bar{Q}\} = f(\{\bar{R}\}, \bar{H}_0, \bar{\theta}) \quad (2)$$

ここで、 $\{\bar{Q}\}$ はモデル出力 (流量)、 $\{\bar{R}\}$ はモデル入力 (降雨) である。また、 $\bar{\theta}$ は流域場の情報を代表する値であり、モデルのパラメータベクトルとみなすことができる。 \bar{H}_0 はモデルの初期状態量である。なお、 $\{\cdot\}$ はその括弧内の値が時系列情報であることを示し、太字はその値が空間分布するベクトルであることを示す。

$\{\bar{Q}\} - \{Q\}$ が予測の不確実性であり、それぞれ $\{R\}$ を $\{\bar{R}\}$ で、 H_0 を \bar{H}_0 で、 θ を $\bar{\theta}$ で、さらに F を f で置き換える際に導入される不確実性が伝播したものであると考えることができる。このように、流出モデルには四種の不確実があり、それぞれ、入力値 (降雨) の不確実性、初期値の不確実性、パラメータの不確実性、モデル構造の不確実性と呼ぶことにする。

(2) 本論が対象とする不確実性

不確実性評価の最終目標は、上記四種の不確実性によってもたらされる予測の不確実性を定量的に評価することである。

入力値や初期値の不確実性を起源とする予測の不確実性に関しては、入力値や初期値の不確実性を評価すること自身が大きな研究テーマであり、その誤差構造が評価できればここで提案する手法と同様の手法で評価することができるので、ここでは取り扱わない。本論で取り扱うのは、パラメータとモデル構造の不確実性であり、それらがどのように予測の不確実性に影響を与えるかを評価する。

モデル構造の不確実性を絶対評価すること、つまり入力、初期値、パラメータの不確実性がまったく存在しないモデルを用いて、その構造のみを評価することは不可能である。そこで、モデル構造の不確実性は相対的に評価することを考える。ここでは詳細な物理過程にもとづくモデルを理想モデルと考え、理想モデルと単純化したモデルのモデル構造の違いによって生ずる予測の不確実性を相対的に評価する。

仮想的な真の流量 $\{Q_*\}$ を出力できる理想化したモデルを f_* 、そのパラメータベクトルを θ_* とすると

$$\{Q\} = \{Q_*\} = f_*(\{R\}, H_0, \theta_*) \quad (3)$$

となる。いま実際にモデルの利用者が取得できるパラメータベクトルは $\bar{\theta}$ であり θ_* ではない。また理想的なモデル f_* を単純化することによって、モデル出力には誤差 $\{\delta\}$ が生じることになるため

$$\{\bar{Q}\} = \{Q_*\} + \{\delta\} = \bar{f}(\{R\}, H_0, \bar{\theta}) \quad (4)$$

となる。なお、ここでは入力値と初期値の誤差は取り扱わないので、ここで設定する $\{\mathbf{R}\}$ と \mathbf{H}_o を理想的の値と考える。この式(4)の $\{\delta\}$ を次節に示す手法により評価する。

(3) 観測効果を考慮する不確実性評価手法

降雨流量系列が全く入手できない非観測流域とそれを入手できる観測流域ではモデルの利用者のパラメータ選択過程が異なり、それがパラメータの不確実性に影響を及ぼす。ここでは非観測流域、観測流域においてモデルの利用者がパラメータを選択する過程をモンテカルロシミュレーションを用いて再現することにより、パラメータの不確実性とモデル構造の不確実性、それに伴う予測の不確実性を算定する。図-1に不確実性評価手法の概念図を示しており、以下に示す手順は図中の Step と対応している。

a) 非観測流域における不確実性の評価

Step 1) パラメータベクトルの決定

理想化したモデル f_* の仮想的な真のパラメータベクトル θ_* を決定する。また、モデルの利用者が使用するであろう誤差を含む $\bar{\theta}$ を発生させる。観測した降雨流出量系列が得られない非観測流域で流出予測を行わなければならぬ場合、モデルの利用者は知識や経験によってパラメータを決定するであろう。その際、物理モデルではパラメータの現実的な範囲がある程度推定できるという立場に立ち、あるモデルの利用者がパラメータを決定する行為をそれぞれのパラメータの現実的範囲から無作為にパラメータを抽出することで再現する。モデルで使用するパラメータベクトルは、このようなパラメータの集合である。いま S_f を現実的なパラメータベクトルの集合とすると、モデルの利用者が使用するパラメータベクトル $\bar{\theta}$ は式(5)のように書くことができる。

$$\bar{\theta} \in S_f \quad (5)$$

この $\bar{\theta}$ は無限に存在するが、本手法ではあらかじめ決定する範囲内から一様分布を仮定してランダムに $\bar{\theta}_i$ ($i = 1, \dots, M$) を発生させる。このとき $\bar{\theta}_i$ は単純化したモデルのパラメータベクトルであり、それぞれのモデルに対して M 組ずつ $\bar{\theta}_i$ を発生させる。

Step 2) 流出計算の実行

予測の対象となる降雨 $\{\mathbf{R}\}$ を真のパラメータベクトル θ_* をもつ理想化したモデル f_* に入力して流出計算を行う。このモデル出力をここでは真の流量 $\{Q_*\}$ とみなす。

$$\{Q_*\} = f_*(\{\mathbf{R}\}, \mathbf{H}_o, \theta_*) \quad (6)$$

また、モデル利用者が計算結果として得るであろう予測流量 $\{\bar{Q}_i\}$ を、発生させたすべてのパラメータベク

トル $\bar{\theta}_i$ を用いて M 回計算する。

$$\{\bar{Q}_i\} = f(\{\mathbf{R}\}, \mathbf{H}_o, \bar{\theta}_i), \quad i = 1, \dots, M \quad (7)$$

Step 3) 不確実性の評価

各流出計算結果 $\{\bar{Q}_i\}$ の真の流量 $\{Q_*\}$ に対するピーク流量の相対誤差 r_{pi} と Nash Sutcliffe 指標¹¹⁾ E_i

$$r_{pi} = \frac{Q_*(t_{pi}) - \bar{Q}_i(t_{pi})}{Q_*(t_{pi})} \quad (8)$$

$$E_i = 1 - \frac{F_i}{F_*} \quad (9)$$

を計算する。ここに、

$$F_i = \sum_{t=1}^n (Q_*(t) - \bar{Q}_i(t))^2$$

$$F_* = \sum_{t=1}^n \left(Q_*(t) - \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Q_*(t) \right)^2$$

t_{pi} : $\{Q_*\}$ のピーク生起時刻, t_{pi} : $\{\bar{Q}_i\}$ のピーク生起時刻, $Q_*(t)$: 時刻 t の真の流量 $\{Q_*\}$, $\bar{Q}_i(t)$: 時刻 t の計算流量 $\{\bar{Q}_i\}$, t : 時刻 ($t = 1, \dots, n$).

さらに、モデル f の流出予測の不確実性と信頼性を以下の指標を用いて評価する。

- ピーク相対誤差の平方根平均二乗和

$$\overline{NR} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M r_{pi}^2}{M}} \quad (10)$$

- 信頼性

$$\bar{\alpha} = \text{Prob}[E \geq E_{cri}] \quad (11)$$

ここで \overline{NR} はピーク流量がどの程度、真値からばらつくかを示す指標であり、値が小さい方が望ましい。一方、 $\bar{\alpha}$ は E_i が Nash Sutcliffe 指標の満足し得る最低基準 E_{cri} を上回る割合であり、値が 100 % に近い方が望ましい。 E_{cri} の値はモデルの利用者が要求する流出予測の精度によって異なるが、一般的に Nash Sutcliffe 指標が 0.8 程度を超えていればモデル利用者は妥当な結果を得ていると判断すると仮定し、ここでは E_{cri} を 0.8 とした。

ここで得られる \overline{NR} と $\bar{\alpha}$ はパラメータ同定の過程を含まずに得られた値であり、次に示すパラメータ同定を行って得られる値と対比して、非観測流域における不確実性、信頼性指標を考える。

b) 観測流域における不確実性の評価

観測流域では降雨流出系列のデータが入手できるので、それをもとにモデルの利用者はパラメータを同定することができる。パラメータの同定は、モデルの出力値と観測値とがよく一致するパラメータベクトルを決定する行為であるが、一般には推定したパラメータベクトルを用いて、ある程度観測流量を再現できていれば、モデルの利用者はそのパラメータベクトルを同定したパラメータベクトルとして予測計算に用いるで

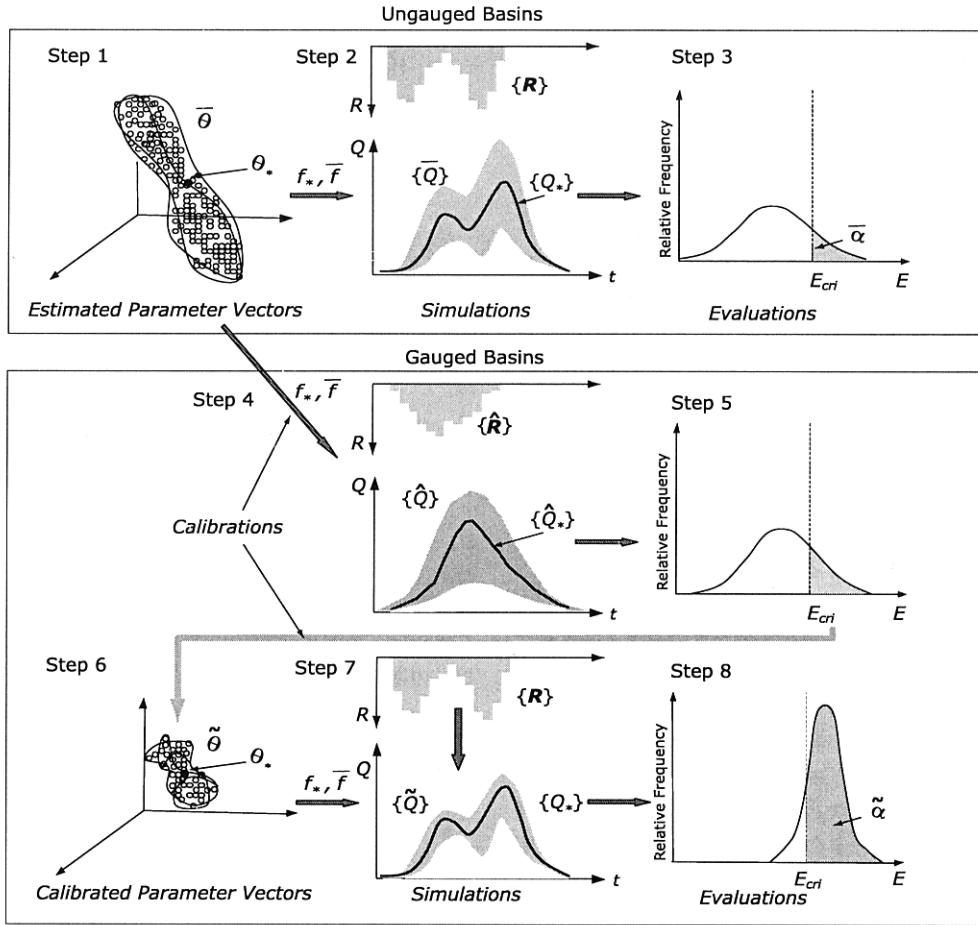


図-1 観測効果を考慮する不確実性評価手法の概念図：非観測流域の不確実性（上段）と観測流域の不確実性（下段）

あろう。そのため同定されたパラメータベクトルもやはり不確実性を含む。

Step 4) 観測流量とその再現計算

観測の誤差は無視し、観測対象の降雨イベント $\{\hat{R}\}$ に対する理想モデル f_* の出力 $\{\hat{Q}_*\}$ を観測流量とみなす。

$$\{\hat{Q}_*\} = f_*(\{\hat{R}\}, H_o, \hat{\theta}_*) \quad (12)$$

また、a) の Step 2) でランダム発生させた全てのパラメータベクトル $\bar{\theta}_i$ を用いて観測降雨 $\{\hat{R}\}$ に対する流出計算を行う。

$$\{\hat{Q}_i\} = \bar{f}(\{\hat{R}\}, H_o, \bar{\theta}_i), \quad i = 1, \dots, M \quad (13)$$

Step 5) 再現計算結果の評価

各流出計算結果 $\{\hat{Q}_i\}$ の観測流量 $\{\hat{Q}_*\}$ に対する Nash Sutcliffe 指標 \hat{E}_i を式 (9) で計算する。

Step 6) パラメータの同定

モデルの利用者がパラメータ同定過程で満足し得る Nash Sutcliffe 指標の最低基準を E_{cri} とすると、式 (14)

を満たす $\tilde{\theta}$ が観測流域において選択される可能性のあるパラメータベクトルと考えることができる。

$$\tilde{\theta} \in S_c \quad (14)$$

$$S_c = [\bar{\theta} | \hat{E}_i \geq E_{cri}] \quad (15)$$

これらのパラメータベクトルを同定されたパラメータベクトル $\tilde{\theta}_j$ ($j = 1, \dots, N$) とみなす。

Step 7) 流出計算の実行

同定された全てのパラメータベクトル $\tilde{\theta}_j$ を用い、予測の対象降雨 $\{R\}$ を入力して流出計算

$$\{\tilde{Q}_j\} = f(\{R\}, H_o, \tilde{\theta}_j) \quad (16)$$

を実行し、流出計算結果 $\{\tilde{Q}_j\}$ の真の流量 $\{Q_*\}$ に対するピークの相対誤差 r_{pj} と Nash Sutcliffe 指標 E_j を計算する。

Step 8) 不確実性の評価

観測流域における流出予測の不確実性 \widehat{NR} と信頼性 $\tilde{\alpha}$ を式 (10) と式 (11) で評価する。

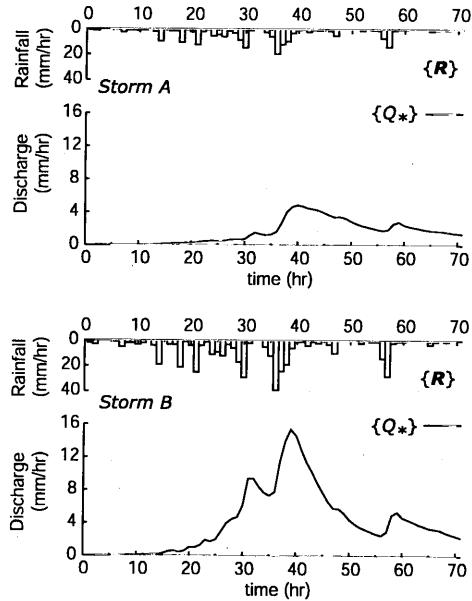


図-2 予測対象洪水イベント

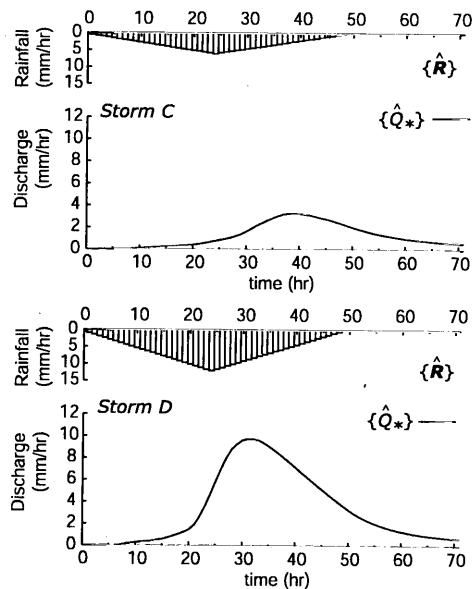


図-3 観測対象洪水イベント

3. シミュレーションの条件と不確実性評価手法のモデル選択への適用

予測の対象となる洪水の規模と観測の状況に応じて、適切な流出モデルを選択するために 2. で示した不確実性評価手法を適用する。予測の対象として規模の異なる二種の洪水イベントを想定し、流量観測情報を全く入手していない場合、中規模の洪水を観測した場合、大規模の洪水を観測した場合のそれぞれの状況で複数のモデルによる予測の不確実性を算定する。ここで、中規模の洪水を観測した場合とは、例えば流量の観測をはじめてから数年しか経過しておらず、予測の対象と比較して規模の小さな洪水しか観測できていないような状況を想定している。このような、観測の不十分な流域において、どのようなモデルを用いるべきかを検討することが目的である。

不確実性の算定は 2.(3) に示した手順で行い、この不確実性が小さいモデルを望ましいモデルとみなす。ここで使用するモデルはインドネシア・レスティ川流域 (625 km^2) を対象に構築したセル分布型流出モデル⁶⁾である。斜面グリッドセルにモデル構造の異なる三種の流出モデルを適用し、モデルの比較評価を行う。

(1) 予測対象洪水イベント

図-2 に予測の対象となる二種の洪水イベントを示す。これは 2.(3) における $\{R\}$ と $\{Q_*\}$ に該当し、不確実性評価のための予測の対象降雨とそれに対する真の流

量とみなす。

StormB の降雨は 1995 年 12 月にレスティ川流域内の Dampit 地点で実際に観測されたものであり、下流に大規模な洪水災害をもたらした降雨イベントである。*StormA* の降雨は *StormB* のそれを各時間ステップで半分にしたものである。便宜上、ここでは *StormA* を中規模洪水、*StormB* を大規模洪水と呼ぶことにする。降雨は空間一様とし、時間分解能は 1 時間とする。72 時間の総降雨量は、*StormA* が 186 mm、*StormB* が 372 mm である。

図-2 の *StormA*、*StormB* に対する流量ハイドログラフは後述する理想モデルの流出計算結果 $\{Q_*\}$ である。パラメータとモデル構造に不確実性を持つモデルがこの真のハイドログラフをどの程度再現できるかを分析する。

(2) 観測対象洪水イベント

図-3 に観測量として用いる二種の洪水イベントを示す。これは 2.(3) における $\{\hat{R}\}$ と $\{\hat{Q}_*\}$ に該当し、不確実性評価のための観測の対象降雨とそれに対する観測流量とみなす。

StormC、*StormD* は三角形降雨分布を用いており、総降雨量がそれぞれ *StormA*、*StormB* とほぼ同規模の降雨量となるように設定している。降雨の継続時間は 50 時間とし、降り始めから 25 時間後にピークに達するものとする。ピーク時の降雨強度は *StormC* が 6 mm、*StormD* が 12 mm であり、総降雨量は *StormC*

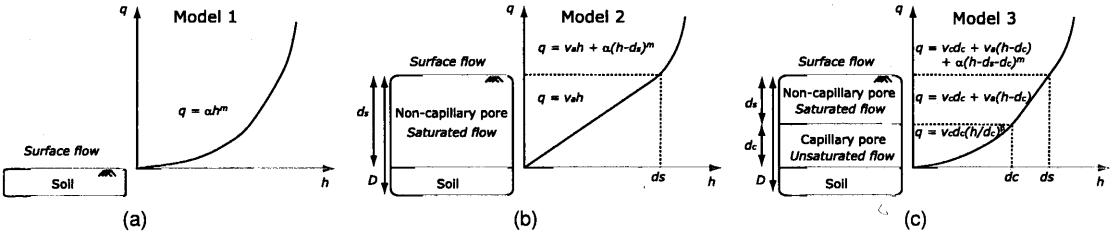


図-4 流量流積関係の異なる三種の降雨流出モデル

が 150 mm, $StormD$ が 300 mm である。

図-3 の流量ハイドログラフは後述する理想モデルの出力 $\{Q_*$ }であり、これを観測した流量ハイドログラフとみなす。このような仮想的な洪水イベントを導入し、実際に観測した洪水イベントを用いない理由は、入力と初期値、および観測値の誤差は存在しないものとして、パラメータとモデル構造の不確実性を評価したいためである。モデルの構造とその一つのパラメータベクトルを理想化し、不確実性をその理想化した状況から相対評価することでこのような仮想的な洪水イベントを観測情報とみなすことが可能となる。

(3) 構造の異なる三種の分布型流出モデル

ここで使用するセル分布型流出モデル^{6),7)}は、流域を河道グリッドセル、斜面グリッドセルに分割した落水線型のモデルであり、河道グリッドセルに洪水追跡モデルを、斜面グリッドセルに降雨流出モデルを適用する。本論では、洪水追跡モデルとして表面流型のキネマティックウェーブモデルを、降雨流出モデルとして、以下に示す三種の降雨流出モデル(図-4)を適用する。グリッドセルのサイズは 250 m × 250 m とした。対象流域はレスティ川上流域 (381 km²) であり、6101 個のセルで構成される。

a) 表面流キネマティックウェーブモデル：Model 1

三種の降雨流出モデルのうち、最も単純でパラメータ数の少ないモデルは、表面流キネマティックウェーブモデルである。表面流のみを考慮し、地中流は考慮しない。式(17)と式(18)は、それぞれ、その連続式と流量流積関係式を示している。また、図-4 (a) はその流量流積関係を概念的に示している。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r(t) \quad (17)$$

$$q = ah^m \quad (18)$$

ここで、 q : 単位幅流量 [m²/s], h : 水深 [m], r : 降雨 [m/s], t : 時刻 [s], x : 上流境界からの距離 [m], m : 定数 [-] (=5/3), α : パラメータ ($\alpha = \sqrt{i}/n$, i : 勾配 [rad], n : 等価粗度 [m^{-1/3}s]) である。このモデルを以

降、Model 1 と呼ぶことにする。

b) 中間流・表面流モデル：Model 2

三種の降雨流出モデルのうち、構造の複雑さが最も単純なものと最も複雑なものの中間に該当するモデルが中間流・表面流モデルである。高樟・椎葉⁸⁾は地表が A 層と呼ばれる透水性の高い土層で覆われているとみなし、A 層を流れる中間流にはダルシーの法則を、地表を流れる表面流にはマニングの法則を適用して流量流積関係(19)を求めている。図-4 (b) はその流量流積関係を概念的に示している。

$$q = \begin{cases} v_a h & : h \leq d_s \\ v_a h + \alpha(h - d_s) & : d_s < h \end{cases} \quad (19)$$

ここで、 v_a : 中間流速 [m/s] ($v_a = k_s i$, k_s : 飽和透水係数 [m/s]), d_s : A 層の厚さ [m] ($d_s = \gamma_s D$, γ_s : 空隙率 [-], D : 土層厚 [m]) である。この流量流積関係式(19)と連続式(17)とで降雨流出をセルごとに追跡する。このモデルを以降、Model 2 と呼ぶことにする。

c) 不飽和流・飽和中間流・表面流モデル：Model 3

三種の降雨流出モデルのうち、現実の土層構造を最もよく反映したモデルは不飽和流・飽和中間流・表面流モデル⁹⁾である。これは、椎葉ら¹⁰⁾の提案した圃場容水量モデルに若干の改良を加えたモデルである。このモデルは土壤中のマトリクス部を流れる不飽和流、土壤中の空隙部を重力水として流れる飽和流、そして地表を流れる表面流の三種類の流れを考慮しており、流量流積関係式は(20)のようになる。図-4 (c) はその流量流積関係を概念的に示している。

$$q = \begin{cases} v_c d_c \left(\frac{h}{d_c}\right)^\beta, & (0 \leq h \leq d_c) \\ v_c d_c + v_a(h - d_c), & (d_c < h \leq d_c + d_s) \\ v_c d_c + v_a(h - d_c) + \alpha(h - d_s - d_c)^m, & (d_c + d_s < h) \end{cases} \quad (20)$$

ここで、 v_c : マトリクス部を流れる飽和時の流速 [m/s] ($v_c = k_c i$, k_c : マトリクス部の飽和透水係数 [m/s]), d_c : マトリクス部の最大水分量に対応する水深高さ [m] ($d_c = \gamma_c D$, γ_c : マトリクス部の最大含水率 [-]), β : マトリクス部の含水率低下に伴う透水係数の減少程度を

表すパラメータ [] である。ここで、流量流積関係のマトリクス部と飽和中間流部の連続性から $\beta = k_a/k_c$ の関係がある。この流量流積関係式 (20) と連続式 (17) とで降雨流出をセルごとに追跡する。このモデルを以降、Model 3 と呼ぶことにする。本論ではこの Model 3 を理想モデルとする。

(4) 真のパラメータベクトル θ_* と各モデルのパラメータ上下限値

表-1 に本論で用いた理想モデル Model 3 の仮想的な真のパラメータベクトル θ_* と各モデルのそれぞれのパラメータの上下限値を示す。 θ_* は文献⁹⁾を参考に決定した。パラメータの上下限値については、地理条件をもとにそれらの値を厳密に決定することは難しいので、想定される現実的な値を設定した。本論で用いるような物理過程を再現するモデルは土層厚や透水係数、空隙率など、物理量をパラメータにとるのでそれらの値をある程度推定することが可能である。

等価粗度 n については、 F_n を発生させ、土地被覆ごとに設定する等価粗度 n' に掛け合わせた値を流出計算に使用する。すなわち、

$$n = F_n \times n' \quad (21)$$

とし、土地被覆ごとの n' [$m^{-1/3}s$] は、都市域: 0.05、水田: 0.1、耕作地: 0.4、森林: 0.6、果樹園: 0.6、火山灰: 0.3、水帯: 2.0、河川: 0.04 とする。ただし、このように設定することにより、特に等価粗度のみがモデルパラメータである Model 1 は洪水規模によっては最適パラメータがその範囲内に入らないと考えられる。こうした状況を考慮するため 4.(2) にその詳細を示すように、Model 1 の F_n の上下限値を (2.0-3.0) に変えたモデル (Model 4) も次章で考察の対象とする。このようなパラメータの上下限値の変更は、キャリブレーションの過程で想定した範囲からランダムに発生するパラメータベクトルがいずれもよい結果を出さない場合にのみ行われる。これはモデルの利用者がパラメータを調節することによって強制的に計算流量を観測流量に適合させる過程を模擬している。

設定したパラメータの上下限値の間で一様乱数を発生させ、各モデルに対してそれぞれ 200 組 ($M = 200$) のパラメータベクトル θ を発生させる。また、等価粗度以外のパラメータは流域一様とする。

4. 結果と考察

観測状況と予測対象洪水の規模に応じた各モデルの不確実性 NR と信頼性 α を、2.(3) に示した手順で算定し、その結果を表-2 にまとめる。

表-1 各パラメータの上下限値と真のパラメータベクトル

θ	Model 1		Model 2		Model 3		真値
	下限	上限	下限	上限	下限	上限	
F_n	0.75	1.25	0.75	1.25	0.75	1.25	1.0
D [m]			0.1	1.0	0.1	1.0	0.5
k_s [m/s]			0.01	1.0	0.01	1.0	0.1
γ_s			0.1	0.3	0.05	0.15	0.1
γ_c					0.05	0.15	0.1
β					2.0	6.0	4.0

表-2 不確実性指標 NR と信頼性指標 α の計算結果

観測洪水	Model	予測対象洪水			Model
		中規模洪水 (Storm A)		大規模洪水 (Storm B)	
		NR	α %	NR	α %
なし	1	0.27	0	0.15	61
	2	0.39	21	0.23	62
	(No Calib.) 3	0.55	37	0.39	61
中規模洪水 (Storm C)	1 (4)	0.14	100	0.45	65
	2	0.25	78	0.30	81
	3	0.28	94	0.13	100
大規模洪水 (Storm D)	1	0.19	0	0.19	97
	2	0.23	32	0.15	95
	3	0.35	60	0.13	98

図-5 はその結果を予測対象洪水別に図示したものである。図の (a) は中規模洪水 (Storm A) を、図の (b) は大規模洪水 (Storm B) を予測の対象とした場合であり、横軸はパラメータの同定に用いた観測洪水を表す。ここで、No Calib. はパラメータを同定しない場合である。折れ線グラフが不確実性指標 NR を、棒グラフが信頼性指標 α を表しており、前述のとおり、基本的には、 NR は小さいほうが望ましく、 α は大きいほうが望ましい。同じ条件で三種類の α と NR があるのは、Model 1, Model 2, Model 3 の結果を示すためである。

例えば大規模洪水 (Storm B) の再現計算を行う場合 (図-5 (b)), 中規模洪水 (Storm C) を用いてパラメータを同定すると、同定しない場合に比べて Model 2 や Model 3 では α が向上するのに対し、Model 1 ではほとんど α が向上せず、逆に、 NR は大きくなってしまう。Storm D を用いてパラメータを同定することによってのみ、Model 1 の予測精度を向上させることができる、といったことがわかる。

以後、結果をパラメータを同定しない場合 (No Calib.), 中規模洪水 (Storm C) でパラメータを同定する場合、大規模洪水 (Storm D) でパラメータを同定する場合の順に考察する。なお、本論で Model 1, Model 2, Model 3 による NR , α の結果をまとめて表記するときは、 NR (Model 1, Model 2, Model 3), α (Model 1, Model 2, Model 3) のように書く。

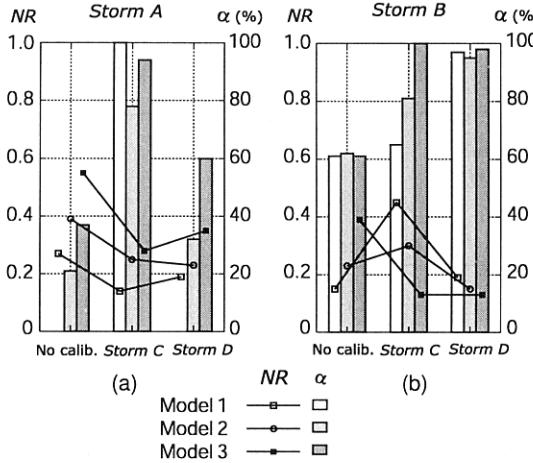


図-5 予測対象洪水別の不確実性指標 NR と信頼性指標 α .
(a) は中規模洪水 *Storm A* を予測対象洪水とした場合,
(b) は大規模洪水 *Storm B* を予測対象洪水とした場合.

(1) パラメータを同定しない場合

a) 中規模洪水 (*Storm A*) の再現

図-6 にパラメータを同定せずに、生成したパラメータベクトル全てを用いてモデルを実行した場合の結果を示す。予測対象洪水は中規模洪水 (*Storm A*) であり、上から Model 1, Model 2, Model 3 のそれぞれの結果を示している。各ハイドログラフには真のハイドログラフ (True) と 90 % の信頼区間 (90 % confidence interval) を併記する。真のハイドログラフとは理想化したパラメータベクトルを用いた Model 3 の出力である。また、90 % 信頼区間とは、各時間ステップでそれぞれ上下 5 % の結果を除いた場合の最大値、最小値の幅を示す。表-2 に示すとおり得られた結果は、 NR (0.27, 0.39, 0.55), α (0%, 21%, 37%) であり、最も単純な Model 1 は、 NR は小さいが α は 0 % であり、ハイドログラフは全体の傾向を表現できていない。つまり、90 % 信頼区間の幅は小さいものの、どの計算結果も再現性が低い。一方、Model 3 の信頼区間は広く、そのため NR の値も大きくなっている。Model 2 の 90 % 信頼区間はピーク流量をはさみ、その幅は Model 3 に比べるとやや狭い。しかし、後述する他の条件に比べると Model 2 でもその不確実性は大きい。土壌の影響が大きい中規模洪水を、非観測流域において再現することの難しさを示唆している。

b) 大規模洪水 (*Storm B*) の再現

図-7 は同じくパラメータを同定せずに、生成したパラメータベクトル全てを用いて大規模洪水 (*Storm B*) の再現計算を行った場合の結果である。表-2 に示す通り、 NR (0.15, 0.23, 0.39), α (61 %, 62 %, 61 %)

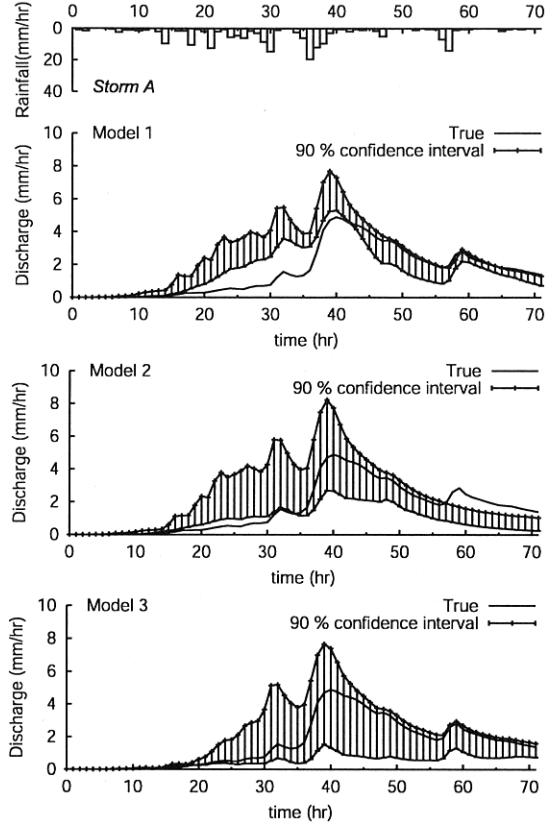


図-6 中規模洪水の再現 (パラメータ同定なし)

であり、 NR は Model 1 が最も小さく、ピーク流量の再現だけを目的とした場合は、一見すると Model 1 がもっとも望ましいように見える。しかしながら、非観測流域において流出予測を行う際に、入力する降雨が大規模であるのか、あるいは中規模であるのか、さらにその境界は明らかではない。つまり流出結果は図-6 の Model 1 の結果のように大きくはずれる可能性がある。一方、図-7 の Model 2 や Model 3 の信頼区間は Model 1 のそれに比べるとかなり広く、計画や洪水予報にその結果を利用するには難しいと思われる。

(2) 中規模洪水 (*Storm C*) でパラメータを同定する場合

a) パラメータ同定過程

流量観測を始めたとしても、最初の数年は大規模洪水を観測しない可能性がある。ここでは、中規模洪水 (*Storm C*) を観測し、モデルの利用者がパラメータを同定するためにその情報を用いた場合を想定する。

この数値実験では、生成したパラメータベクトルのうち同定過程で式 (15) に示すように $E \geq 0.8$ の結果

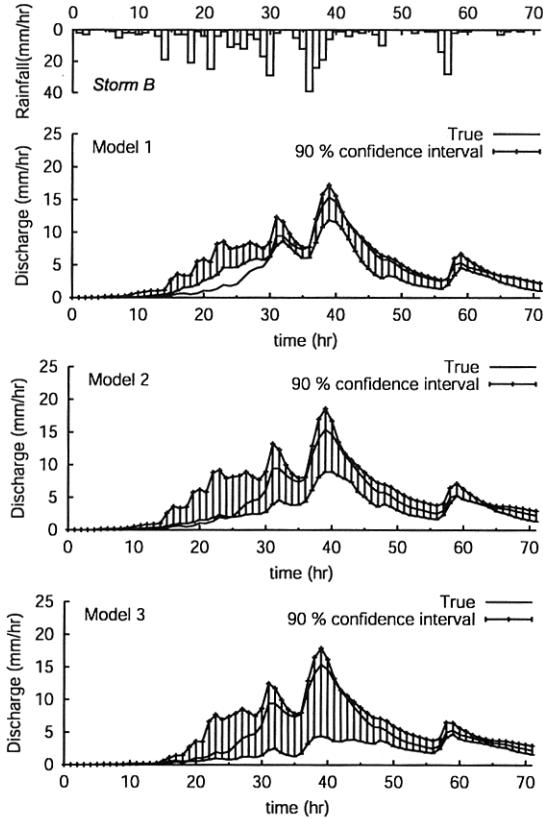


図-7 大規模洪水の再現(パラメータ同定なし)

を出すものがモデルの利用者によって選択される可能性のあるパラメータベクトルと考えている。各モデル200組のパラメータベクトルを発生させて計算した結果、Model 1は0%，Model 2は27%，Model 3は34%が $E \geq 0.8$ を満足した。図-8(a)はModel 1のパラメータ同定過程のNash Sutcliffe指標のヒストグラムを示しており、Model 1はどのパラメータベクトルを用いても、 $E \geq 0.8$ を満足する結果を出さないことがわかる。

モデルの利用者がこの結果を受けてどのように対処するかを考える。モデル構造そのものを変更する場合や、最初に推定したパラメータをそのまま使用する場合もあるうが、一般的には観測値に適合するようなパラメータを探しだし、それを同定したパラメータとみなすことが多い。例えば、Model 1を使用していれば、等価粗度を調節して計算値を観測値に適合させるといった操作を行うのが通常である。

このような操作を再現するために、等価粗度にかける係数 F_n を(0.75-1.25)の範囲から(2.0-3.0)の範囲に変更して、あらためて200組のパラメータベクトルをラン

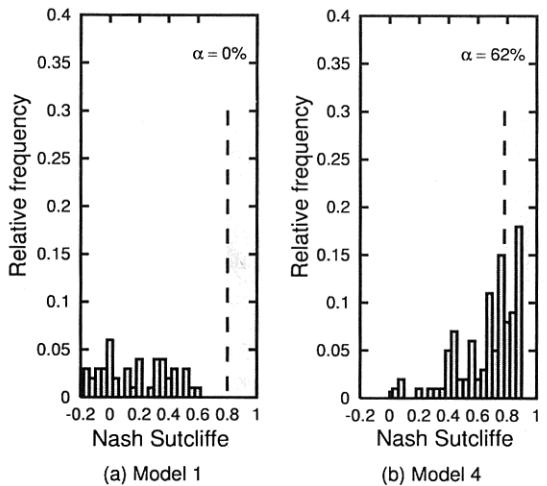


図-8 *StormC*を用いたパラメータ同定過程のModel 1とModel 4のNash Sutcliffe指標ヒストグラム

ダムに生成する。図-8(b)に、ここで生成したパラメータベクトルを全て用いて計算した結果のNash Sutcliffe指標のヒストグラムを示す。これは、(0.75-1.25)の範囲を用いた場合に比べて観測値に良く適合しており、 $E \geq 0.8$ を満たすパラメータベクトルが35%存在する。この条件を満たすものは、モデルの利用者が選択する可能性のあるパラメータベクトルとみなし、次の計算に用いる。これらのパラメータベクトルは、あらかじめ推定した範囲を逸脱した範囲で生成しているので、便宜的にこのモデルをModel 4と呼ぶ。

b) 中規模洪水(*StormA*)の再現

図-9に中規模洪水(*StormC*)でパラメータを同定し、中規模洪水(*StormA*)の流出再現を行った場合の結果を示す。パラメータベクトルを同定した場合の90%信頼区間を実線で、パラメータベクトルを同定しない場合のそれを点線で表している。パラメータ同定の過程でModel 1はModel 4に置き換わっているが、点線はパラメータを同定する前の結果であり、Model 1による出力である。結果は $NR(0.14, 0.25, 0.28)$ 、 $\alpha(100\%, 78\%, 94\%)$ となり、全てのモデルで同定を行う前に比べて不確実性は小さく、信頼性は大きくなつた。特にModel 4は上記の指標で判断すると、3つのモデルのうち最も成績がよく、パラメータ同定前に見られたピークを大きく見積もる傾向が改善できている。

この数値計算が示すように、中規模降雨に対する流出を再現する場合は、同規模の降雨流量系列でパラメータを同定すると良い結果が得られる。そして、観測の効果はより単純な構造をもつモデルに顕著にあらわれる。

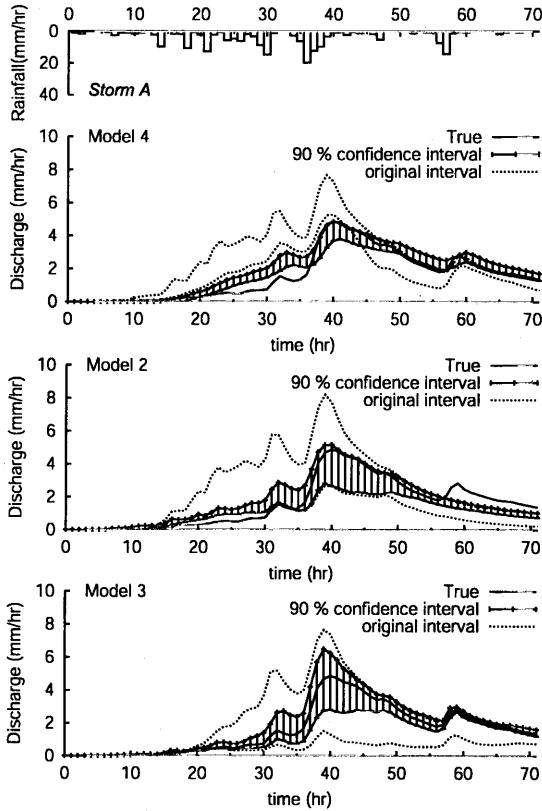


図-9 中規模洪水の再現（中規模洪水でパラメータを同定）

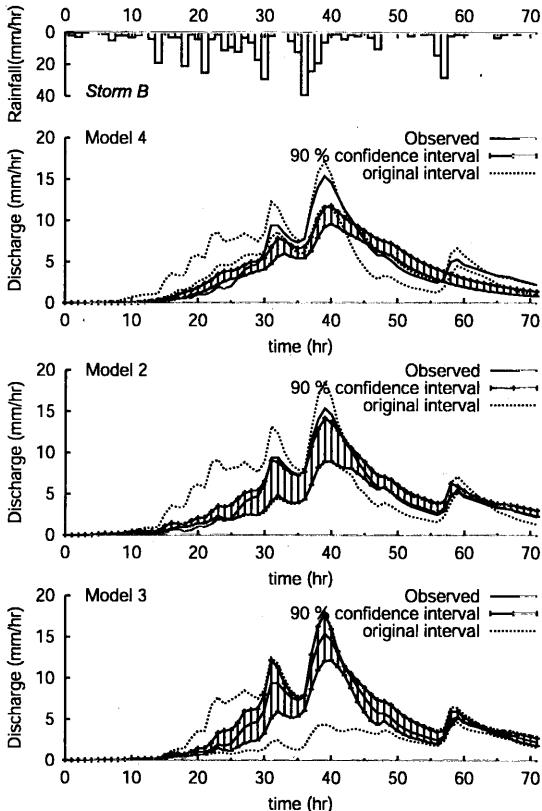


図-10 大規模洪水の再現（中規洪水でパラメータを同定）

c) 大規模洪水 (StormB) の再現

図-10 に中規模洪水 (StormC) でパラメータを同定し、大規模洪水 (StormB) の流出再現を行った場合の結果を示す。Model 3 の信頼区間が、点線で示した同定を行わない場合に比べて、大きく狭まっている。この結果は、Model 3 の NR が 0.39 から 0.13 に、 α が 61 % から 100 % にそれぞれ向上していることからも明らかである。一方、中規模洪水の再現では良い結果を出した Model 4 は、ここではピークを小さく見積もり、パラメータを同定する前よりも悪い結果を出している。図-11 には、パラメータ同定前後のピーク流量相対誤差のヒストグラムを示している。パラメータ同定の実行に関わらず、構造の複雑なモデルほどその分布のはらつきが大きいことがわかる。図-11(a) の Model 1 と Model 4 の結果が示すように、Model 1 のパラメータを同定した結果、ピーク流量のはらつきは小さくなるがバイアスがかかることがわかる。このため、Model 1 の NR は同定前の 0.15 から、同定後の Model 4 では 0.45 となってより大きな値を示す。このように、観測と予測の洪水規模が異なる場合は、Model 1 (Model 4)

のような単純化したモデルは、モデル出力に系統的な誤差を含む可能性がある。従って、Model 2 や Model 3 を用いた方がよい。観測が不十分であるから単純なモデルを使うべきであるという議論があるが、単純なモデルを不十分な観測に強制的に適合させることは悪い結果をもたらすことになる。

(3) 大規模洪水 (StormD) でパラメータを同定する場合

a) 中規模洪水 (StormA) の再現

図-12 に大規模洪水 (StormD) でパラメータを同定し、中規模洪水 (StormA) の流出再現を行った場合の結果を示す。 NR (0.19, 0.23, 0.35), α (0 %, 32 %, 60 %) である。Model 2, Model 3 に関しては NR , α ともパラメータを同定しない場合 (NR (0.27, 0.39, 0.55), α (0 %, 21 %, 37 %)) よりも向上している。ただし、この場合は、中規模洪水 (StormC) でパラメータを同定した場合 (α (100 %, 78 %, 94 %)) よりも信頼性が低い。このことは、Model 2 や Model 3 のパラメータを同定する際に、大規模な洪水だけを対象とするので

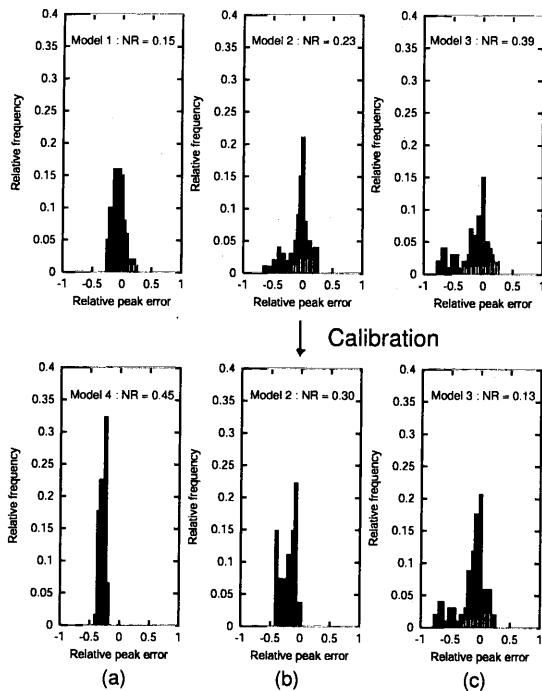


図-11 大規模洪水再現時のピーク流量相対誤差のヒストグラム（中規模洪水でパラメータを同定）。(a) (b) (c) はそれぞれ Model 1 (4), Model 2, Model 3 の結果であり、上段がキャリブレーション前、下段がキャリブレーション後の結果を示す。

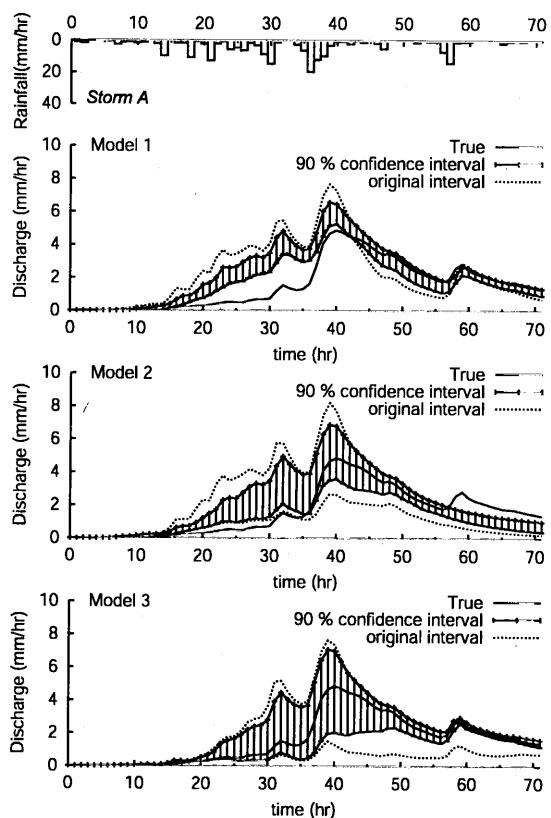


図-12 中規模洪水の再現（大規模洪水でパラメータを同定）

はなく、中規模の洪水も対象にして、土壤のパラメータを決定すべきであることを唆唆している。

Model 1に関しては 90 %信頼性区間が狭く、またその中に真のハイドログラフのピークは入っていない。また、中規模洪水 (Storm C) でパラメータを同定した場合 (図-9 : Model 4) は、 $NR = 0.14$, $\alpha = 100\%$ であったが、このケースでは $NR = 0.19$, $\alpha = 0\%$ となり結果は悪くなつた。このことから、とくに単純な構造をもつモデルではパラメータの値が同定する洪水によって大きく変化することがわかる。

b) 大規模洪水 (Storm B) の再現

図-13 に大規模洪水 (Storm D) でパラメータを同定し、大規模洪水 (Storm B) の流出再現を行った場合の結果を示す。 α (97 %, 95 %, 98 %), NR (0.19, 0.15, 0.13) となり、全てのモデルでよい結果を出す。複雑なモデルを使用した場合、より観測の効果が大きいといえるが、Model 1のような単純なモデルでも比較的よい結果を出すのは、大規模な洪水ではより表面流出の割合が大きくなり、相対的に土壤の影響が小さくなるためである。ただし、ハイドログラフの立ち上がりの部分は Model 1 のモデルでは再現できていない。

(4)まとめ

以上の数値実験より、流量観測情報が得られない場合の流出予測に関して次の結果を得た。

- 単純な構造を持つモデルは信頼区間の幅は狭いが、予測値は大きなバイアスを持つ可能性がある。
- より物理性を有したモデルは信頼区間の中に真値は入るが、信頼区間の幅が広く、十分な予測情報を提供するに至らない。

これらの結果から、観測情報が得られない流域に単純なモデルを適用することは危険であり、より物理性のあるモデルを用いて、想定されるパラメータの値の範囲を狭める努力をすることが、より不確実性の少ない予測を実現することにつながることがわかった。

また、流量観測情報が得られる場合の流出予測に関して次の結果を得た。

- 単純なモデルは洪水規模ごとにモデルのパラメータの値が大きく異なる。
- つまり、パラメータ同定時の洪水規模と予測対象洪水の規模とが異なる場合は予測精度が低い。
- より物理性を有したモデルは観測によって予測の不確実性が確実に減少する。

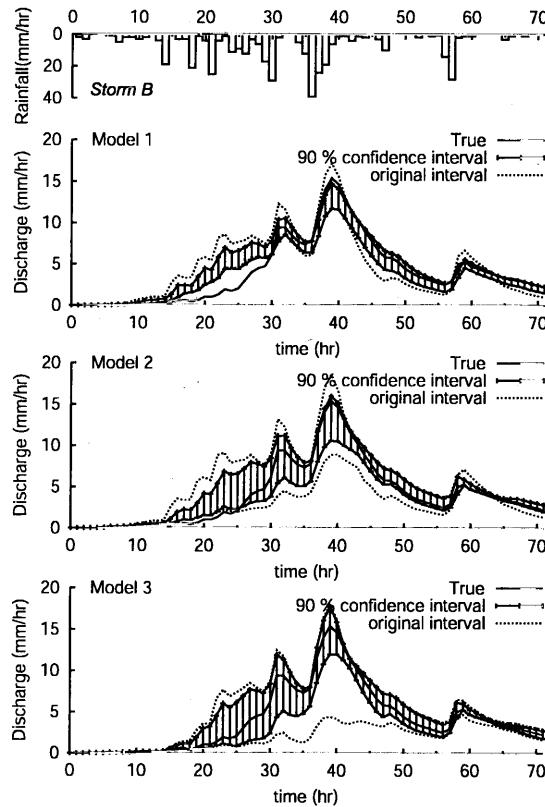


図-13 大規模洪水の再現 (大規模洪水でパラメータを同定)

- パラメータ同定時の洪水規模と予測対象洪水の規模とが同じ場合はもちろん予測精度は高いが、そうでない場合も観測の効果は大きい。

これらの結果から、不十分であっても観測値が得られる場合は、より物理性を持つモデルを用いるほうが不確実性の少ない予測を可能とすることがわかった。

なお、上記の結果は 200 組のパラメータベクトルを発生させて得たものである。200組という発生個数が十分であるかについては以下のように考えた。図-11(c)の Model 3 の結果からキャリブレーション後 (パラメータベクトル数 : 68 組) はヒストグラムの分布がピーク相対誤差ゼロの付近に集中することがわかる。ただし、その形状はほとんど変化しておらず、仮にパラメータベクトルをランダムに 68 組発生させればそのヒストグラムはキャリブレーション前の結果、つまり 200 組のパラメータベクトルをランダムに発生させた場合の結果により近づくことが予想される。つまり、ランダムに発生させるパラメータベクトルの数を 68 組から 200 組に増やしてもその分布の形状は大きく変化しない。このことから、200 組のパラメータベクトル数は流量分布の結果を議論するうえで妥当な数であると考えた。

5. おわりに

観測効果を陽に考慮する流出モデルの不確実性評価手法を提案し、その手法を流出モデルの選択に適用した。提案した手法は、モデルの利用者のパラメータ決定過程をモンテカルロシミュレーションを用いて再現することにより、パラメータの不確実性とモデル構造の不確実性を評価することを可能とした。

こういった不確実性評価手法は流量データが不十分な流域において、数あるモデルから信頼性の高いモデルを選択するために有効な手段であると考える。また予測結果がどの程度ばらつくかという情報は、治水計画や実時間予測のうえで有益な情報であると考える。

今後、本論で提案した不確実性評価手法を土砂移動を予測・再現する分布型モデルに適用し、有効な観測とその精度をあわせて議論する予定である。

参考文献

- 1) Melching, C. S. : Reliability estimation, *Computer models of watershed hydrology*, Singh, V.P. (ed.), Water Resources Publications, Littleton, pp. 69 - 118, 1995.
- 2) Kuczera, G. and Franks, S.W. : Testing hydrologic models: fortification or falsification?, *Mathematical models of large watershed hydrology*, Singh, V.P. and Frevert D.K. (ed.), Water Resources Publications, Littleton, pp. 141 - 186, 2002.
- 3) Wagener, T. : Evaluation of catchment models, *Hydrolog. Process.*, Vol. 17, pp. 3375 - 3378, 2003.
- 4) Beven, K.J. and Binley, A.M. : The future of distributed models : model calibration and uncertainty prediction, *Hydrolog. Process.*, Vol. 6, pp. 279 - 298, 1992.
- 5) PUB Science Steering Group and PUB Strategic Advisory Group : PUB science and implementation plan, final version, IAHs, 2003.
- 6) 佐山敬洋, 寶馨 : 斜面侵食を対象とする分布型土砂流出モデル, 土木学会論文集, No. 726 / II - 62, pp. 1 - 9, 2003.
- 7) 児島利治, 宝馨, 岡太郎, 千歳知礼 : ラスター型空間情報の分解能が洪水流出解析結果に及ぼす影響, 水工学論文集, 第 42 卷, pp. 157 - 162, 1998.
- 8) 高樟琢馬, 偕葉充晴 : Kinematic Wave 法への集水効果の導入, 京都大学防災研究所年報, 24, B - 2, pp. 159 - 170, 1981.
- 9) 立川康人, 永谷言, 寶馨 : 飽和・不飽和流れの機構を導入した流量流積関係式の開発, 水工学論文集, 第 48 卷, pp. 7 - 12, 2004.
- 10) 偕葉充晴, 立川康人, 市川温, 堀智晴, 田中賢治 : 圓場容水量・パイプ流を考慮した斜面流出計算モデルの開発, 京都大学防災研究所年報, 41, B - 2, pp. 229 - 235, 1998.
- 11) Nash, J.E. and Sutcliffe, J.V. : River flow forecasting through conceptual models part I - A discussion of principles, *J.of Hydrol.*, Vol. 10, pp. 282 - 290, 1970.

(2004. 5.13 受付)

UNCERTAINTY EVALUATION OF RAINFALL-RUNOFF MODELS AND ITS APPLICATION TO MODEL SELECTION

Takahiro SAYAMA, Yasuto TACHIKAWA and Kaoru TAKARA

This paper presents an uncertainty evaluation method for rainfall-runoff models and applies it to model selection considering data availability. Simulating model users' parameter calibration processes with Monte Carlo simulation technique, this method evaluates parameter uncertainty and its propagation to model output. Uncertainty in simplified models are evaluated comparatively from an ideal model that takes into account detailed physical rainfall-runoff processes.