

最適化手法による分布型降雨流出モデルの パラメータ推定

PARAMETER ESTIMATION OF A DISTRIBUTED RAINFALL-RUNOFF
MODEL BY A LEVENBERG-MARQUARDT OPTIMIZATION ALGORITHM

小林健一郎¹・竇 馨²・立川康人³

Kenichiro KOBAYASHI, Kaoru TAKARA and Yasuto TACHIKAWA

¹正会員 工博 京都大学助手 生存基盤科学研究ユニット (〒 611-0011 宇治市五ヶ庄)

²フェロー会員 工博 京都大学教授 防災研究所社会防災研究部門 (〒 611-0011 宇治市五ヶ庄)

³正会員 博 (工) 京都大学助教授 防災研究所社会防災研究部門 (〒 611-0011 宇治市五ヶ庄)

An optimization technique consisting of a Levenberg-Marquardt algorithm is coupled with a distributed rainfall-runoff model. The purpose is to estimate the rainfall-runoff model parameters appropriate for the Yuragawa-river flood by Typhoon No.23 on 19-22 October 2004. The application exhibits that the simulation-optimization model can not only estimate the model parameters well but also quantify statistically the relations among the model, the observations and the parameters. This paper describes the usefulness of the relative composite parameter sensitivity (RCPS), the composite observation sensitivity (COS), and the parameter coefficient matrix.

Key Words : *Parameter estimation, Levenberg-Marquardt method, distributed rainfall-runoff model, Yuragawa-river flood, Typhoon No.23 in 2004*

1. はじめに

由良川は京都府北部に位置する流域面積 1880km²、長さ 146km の一級河川であり、流域関係市町村にはおよそ 30 万人の人が住む。流域地形は上流部は勾配が急で渓谷や河岸段丘が発達した山間部、中流部には由良川水系唯一の盆地である福知山盆地が存在し、そこでは川幅が広がり勾配がやや緩やかになり、下流部は谷底平野で勾配は緩やかであるが、由良川は狭長な山裾の間を流れる。したがって、全体として水害が頻発しやすい地形であるといえる。図-1 に由良川流域図を示す。由良川中・下流域の気候は日本海気候区に属し、降水量は 1600~2100mm と差があるが、傾向としては内陸部ほど少ない。洪水の要因となる大降雨は梅雨・台風期に多く見られる。由良川流域の特性等の説明も含めた初期の研究例は例えば石原ら¹⁾に詳しい。

2004 年 (平成 16 年) 10 月 20 日には、大阪市付近に上陸した台風 23 号により由良川沿川の四市一町 (福知山市・舞鶴市・綾部市・宮津市・大江町) が、浸水家屋約 1700 戸、浸水面積 2600ha に達する大きな被害を受けた。特に下流域は、浸水家屋 1300 戸、浸水面積約 1377ha に達する極めて大きな被害を受けた。この台風 23 号は福知山上流域で流域平均 2 日雨量 276mm の降雨をもたらした。福知山水位観測所では、昭和 28 年に福

知山市内で浸水家屋数約 3800 戸に達する大災害をもたらした台風 13 号に次ぐ水位が観測された²⁾。

筆者らは³⁾、こうした観測記録上まねな洪水を、物理法則に基づいた分布型流出モデルによってどの程度、予測・再現できるかを検討した。本稿ではその結果を基礎とし、同モデルのパラメータ推定をより定量的に行った結果を示す。パラメータ推定に当たっては最適化アルゴリズムのひとつである Levenberg-Marquardt 法 (以下 LM 法) を採用した。LM 法の特徴については 3 節で詳しく述べるが、分布型降雨流出モデルのパラメータ推定を由良川相当面積の流域を対象に LM 法で行った報告は見られないため、本稿では分布型流出モデルパラメータ推定に関して新たな知見を提供することができたと思われる。合成パラメータ感度 (CPS)、合成観測感度 (COS)、パラメータ相関係数行列などの統計指標による推定結果の評価ができるのも目新しい点である。次節以降、分布型降雨流出モデル、最適化モデルについての簡単な説明を行う。

2. 分布型流出モデル

流域地形モデル構築システムにより由良川流域地形をモデル化し、その流域地形に基づいて分布型流出モデル構築システムにより分布型流出モデルを構築し、降

由良川流域の概要



図-1 由良川流域 (国土交通省HP北近畿マルチチャンネル⁴⁾よりダウンロード)。図中三角印は福知山観測所を示す。

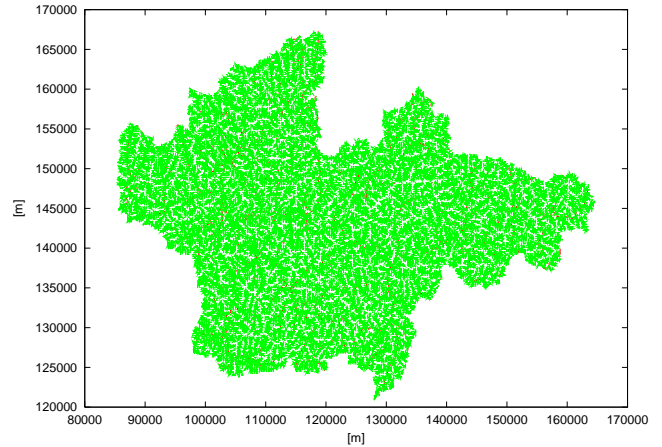


図-2 由良川流域の落水線図及び擬河道網 (茶色の実線)。

雨流出解析を行う。

(1) 流域地形モデル

流域地形のモデル化には椎葉らによる流域地形モデル構築システム (Geohyomos) を用いた⁵⁾。具体的手順は大筋以下のとおりである。まず、国内で整備されている国土数値情報 (流路位置ファイル KS-272, 河川単位流域台帳 KS-271) をもとに河道網点列データセットを作成する。次に国土地理院が発行する数値地図メッシュ (標高) データの格子点と河道網を構成する個々の河道点が一致するように河道網を修正する。その後、各格子点の標高データを用いて各河道に属する斜面要素と斜面での流れ方向を決定する。この手順に従い、今回は計算時間を考慮し 250m メッシュ (標高) を用いて流域地形をモデル化した。その結果を図-2 に示す (座標原点は北緯 34°, 東経 134° 地点を UTM 座標に変換した位置とする)。これによる流域面積は 1866km² (公称 1880km²) であった。

(2) 分布型流出モデル

流出解析には市川らの分布型流出モデル構築システム (Ohyomos) を用いる⁶⁾。本稿の分布型降雨流出モデルでは斜面流, 河道流ともに kinematic wave 法を用いて解析する。

a) 斜面流の追跡

斜面流に関する kinematic wave 法の基礎方程式は次のようである。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r(t) \quad (1)$$

ここに t は時間, x は斜面上流端からの距離, h は水深, q は斜面での単位幅流量, $r(t)$ は観測降雨である。流量

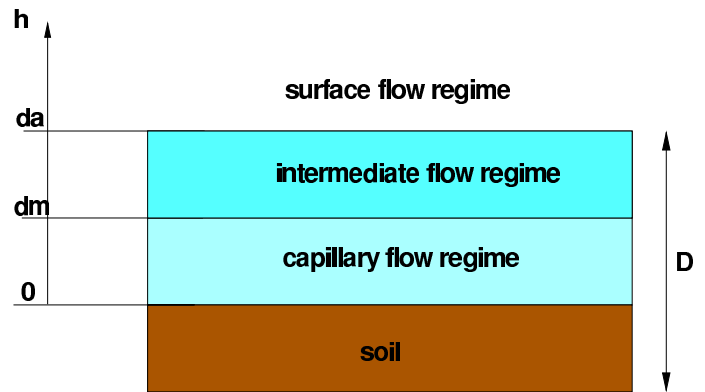


図-3 流量流積関係概念図

流積関係は次のように計算する⁷⁾⁸⁾ (図-3 参照)。

$$q(h) = \begin{cases} v_m d_m \left(\frac{h}{d_m} \right)^\beta, & (0 \leq h \leq d_m) \\ v_m d_m + v_a (h - d_m), & (d_m < h \leq d_a) \\ v_m d_m + v_a (h - d_m) + \alpha (h - d_a)^{\frac{5}{3}}, & (d_a < h) \end{cases} \quad (2)$$

ここに $v_m = k_m i$, $v_a = k_a i$, $\alpha = \sqrt{i} / N_{slope}$ で, v_m は毛管水の流速, k_m は毛管帯での飽和透水係数, i は斜面勾配, v_a は地中の大空隙での重力水の流速, k_a は大空隙での飽和透水係数, N_{slope} は斜面等価粗度係数である。ただし, 流量の連続性を満たすために $\beta k_m = k_a$ ($2 \leq \beta \leq 6$) とする。詳細は立川ら⁷⁾を参照されたい。

斜面流の追跡では土層厚 D , 全空隙に相当する層厚 d_a , 毛管帯の層厚 d_m , 大空隙での飽和透水係数 k_a , 斜面粗度係数 N_{slope} , 上記 β を推定対象パラメータとする。今回は LM 法を用いたパラメータ推定法の確立に主眼を置いているため, 上記のパラメータは流域一様の仮定の下に用いる。つまり未知パラメータ数は斜面流に関しては 6 つとなる。

b) 河道流の追跡

河道流に関する kinematic wave 法の基礎方程式は以下のものである。

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q(t) \quad (3)$$

ここに、 W は河道流断面積、 Q は河道流量、 q は斜面から河道への単位長さあたりの流入量である。流量流積関係が Manning 則に従うと仮定すると

$$Q = \frac{WR^{\frac{2}{3}}I^{\frac{1}{2}}}{N_{river}} \quad (4)$$

を得る。ここに、 N_{river} は河道の粗度係数、 R は径深、 I は河道勾配である。ここで径深 R を定数 K_1 、及び定数 Z を用いて、

$$R = K_1 W^Z \quad (5)$$

として式 (4) に代入し変換すると

$$Q = \frac{K_1^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}}}{N_{river}} W^{(1+\frac{2}{3}Z)} \quad (6)$$

を得る。これにより河道断面から K_1 と Z を推定し、河道勾配 I と河道の粗度係数 N_{river} とから Q を計算する。この式と (3) 式を連立させて差分法により Q を求める。河道流の追跡では河道粗度係数 N_{river} を流域一様の仮定のもと推定パラメータとする。つまり最終的には斜面流の追跡と合わせて 7 つの未知パラメータを推定する。

3. 最適化アルゴリズム

前述したようにパラメータ推定に当たっては最適化アルゴリズムのひとつである LM 法⁹⁾を採用することとし、公開コード PEST¹⁰⁾を用いた。LM 法は初期段階ではパラメータ空間の最急勾配方向を参照しながら最適解方向の探索を行い、最終段階では Newton-Raphson 法により最適解に 2 次収束する。つまり、最急降下法の正確性と Newton-Raphson 法の効率性の良さを組み合わせた手法で、地下流体流動モデルの分野では何例か有用性が示されている¹¹⁾¹²⁾。分布型流出モデルのパラメータ推定に利用されている事例はほとんどないようである。

(1) Levenberg-Marquardt (LM) 法

式 (7) のような非線形数値計算モデル F を考える。

$$\mathbf{q}_i^T = F(\mathbf{p}_i^T) \quad (7)$$

ここに $\mathbf{p}_i^T = (p_i^1, p_i^2, \dots, p_i^n)$ は最適化ステップ i におけるモデルパラメータベクトル、 n はパラメータ数、 $\mathbf{q}_i^T =$

$(q_i^1, q_i^2, \dots, q_i^m)$ は同ステップでのモデル生成値ベクトル、 m はモデル生成値の時間ステップである。式 (7) にテーラーの定理を適用すると、 \mathbf{q}_i と最適解方向の近接モデル生成値 \mathbf{q}_{i+1} 間に以下の近似関係式を得る。

$$\mathbf{q}_{i+1}^T = \mathbf{q}_i^T + \mathbf{J}_i(\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i) \quad (8)$$

ここに $\mathbf{q}_{i+1}^T = F(\mathbf{p}_{i+1}^T)$ 、 \mathbf{J}_i は F のパラメータベクトルの変化分 $(\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i)$ に対するヤコビアンである。

目的関数はモデル生成値ベクトルと観測値ベクトルの各残差を取り、対応する観測値の重みも考慮した 2 乗残差とする。具体的には次の通り。

$$\phi = (\mathbf{q}_{obs} - \mathbf{q}_{i+1})^T \mathbf{W}(\mathbf{q}_{obs} - \mathbf{q}_{i+1}) \quad (9)$$

$$= (\mathbf{q}_{obs} - \mathbf{q}_i - \mathbf{J}_i \mathbf{v}_{i+1})^T \mathbf{W}(\mathbf{q}_{obs} - \mathbf{q}_i - \mathbf{J}_i \mathbf{v}_{i+1}) \quad (10)$$

$$\mathbf{q}_{obs} = \begin{pmatrix} q_{obs}^1 \\ q_{obs}^2 \\ \vdots \\ q_{obs}^m \end{pmatrix}, \mathbf{q}_i = \begin{pmatrix} q_i^1 \\ q_i^2 \\ \vdots \\ q_i^m \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$\mathbf{J}_i = \begin{pmatrix} \frac{\partial q_i^1}{\partial p_i^1} & \frac{\partial q_i^1}{\partial p_i^2} & \dots & \frac{\partial q_i^1}{\partial p_i^n} \\ \frac{\partial q_i^2}{\partial p_i^1} & \frac{\partial q_i^2}{\partial p_i^2} & \dots & \frac{\partial q_i^2}{\partial p_i^n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial q_i^m}{\partial p_i^1} & \frac{\partial q_i^m}{\partial p_i^2} & \dots & \frac{\partial q_i^m}{\partial p_i^n} \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{v}_{i+1} = \mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i = \begin{pmatrix} p_1 - p_0 \\ p_2 - p_1 \\ \vdots \\ p_n - p_{n-1} \end{pmatrix} \quad (13)$$

ここに \mathbf{q}_{obs} は m 時間ステップの間の実観測値、 \mathbf{J}_i は n 個存在するパラメータのそれぞれの微小変化に対する各点でのモデル生成値の変化量、 \mathbf{W} は各実観測値の重みの根からなる対角行列である。本論文で用いる LM 法では式 (14) により次パラメータベクトルを決定し、一定基準値以下になるまで反復計算をおこなう。

$$s_{u,v} = (\mathbf{J}_i^T \mathbf{W} \mathbf{J}_i)_{u,v}^{-1/2}, \quad \mathbf{S}^{-1} \mathbf{v}_{i+1} \\ = ((\mathbf{J}_i \mathbf{S})^T \mathbf{W} \mathbf{J}_i \mathbf{S} + \alpha \mathbf{S}^T \mathbf{S})^{-1} (\mathbf{J}_i \mathbf{S})^T \mathbf{W}(\mathbf{q}_{obs} - \mathbf{q}_i) \quad (14)$$

ここに \mathbf{S} は対角行列で、 $s_{u,v}$ はその対角要素、 α は可変パラメータである。

(2) 最適化モデルと流出モデルの連結

今回のパラメータ推定手続きを図-4 に示す。図-4 のように、Ohymos は入力パラメータに基づき図-1 の福知山地点での流量ハイドログラフを計算する。同地点では観測水位が存在するため、この観測水位を H-Q 曲線

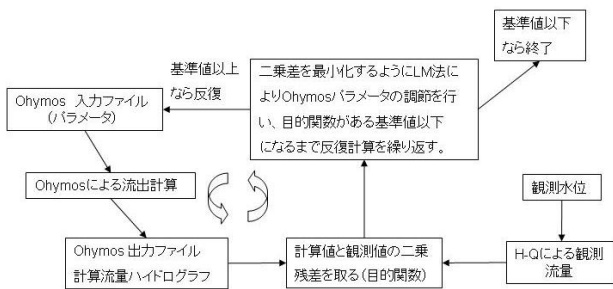


図-4 パラメータ推定の手順

により変換し観測流量を得る．この観測流量と Ohymos により計算された流量ハイドログラフの各時刻（一時間毎）の残差を取り，各観測値の重みも考慮した重み付き 2 乗残差を最小化するように LM 法は Ohymos の入力パラメータを調節する．ただし，本稿では重みは全観測値に対して等価（係数 1）とした．最終的には 2 乗残差が基準値を下回れば反復計算が終了する．

留意点としては H-Q 曲線により計算された観測流量ハイドログラフは，H-Q 曲線自体もモデルであるから一般には観測水位よりも精度は落ちる．実際にはパラメータ推定後の Ohymos 計算値よりも不正確な可能性さえある．したがって，今回の場合，対象流域に対する Ohymos の準最適パラメータを推定するというのが主目的ではあるが，観測水位との直接比較ではないという点には注意を必要とする．

(3) 合成パラメータ感度

合成パラメータ感度（Composite Parameter Sensitivity: CPS）はモデルパラメータの変動によるモデル生成値の変動の割合（変動率）を定量化するための指標で次のように表現される．

$$CPS_k = (\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J})_{k,k}^{1/2} / M \quad (15)$$

ここに \mathbf{J} はヤコビアン， \mathbf{W} は実観測値の重み行列（通常対角行列で各観測値の重みの根をその対角要素とする），下付指標 k ， k は行列の第 k 行 k 列を意味する． M は重み付けされない実観測値の数である．CPS が低い場合、一般にはそのパラメータは推定にあまり重要でないとされる．相対合成パラメータ感度（Relative CPS: RCPS）は各パラメータ値を CPS に乗算したものである．これは一般には各パラメータは異なる性質・大きさを持つため，各感度をパラメータ間で比較できるように正規化したものである．

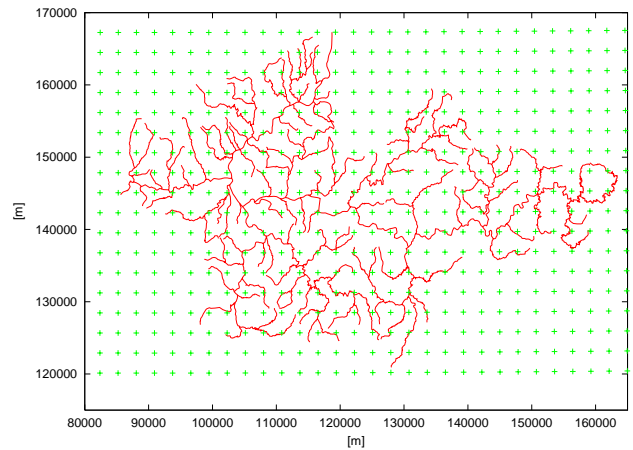


図-5 由良川河道網（実線）およびレーダ・アメダス格子点

(4) 合成観測感度

合成観測感度（Composite Observation Sensitivity: COS）は次の式で計算される．

$$COS_l = (\mathbf{W} \mathbf{J} \mathbf{J}^T)_{l,l} / N \quad (16)$$

COS は推定対象全パラメータの総合的な変動に対する実観測値の感度をモデル生成値を通じて定量化するための指標である．下付指標 l ， l は行列の第 l 行 l 列を意味する．一般には COS が高いからといって，その観測値が推定に絶対必要というわけではないが，時空間的に近接な地点で同程度の COS 値が続けば，そのうちの幾つかの観測値は省略できる可能性がある．

(5) パラメータ相関分析

パラメータの相関を分析する指標は幾つかある．基本となる指標はパラメータの共分散行列で

$$\text{Cov}(\mathbf{p}) = E(\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J})^{-1} \quad (17)$$

と表現される．ここに E は期待値を意味する．本稿ではこの共分散行列の要素 $\sigma_{k,l}$ を用いて

$$\rho_{k,l} = \frac{\sigma_{k,l}}{(\sigma_{k,k} \sigma_{l,l})^{1/2}} \quad (18)$$

を計算し，これを要素とする相関係数行列によってパラメータ間の関係を定量化する．ここに下付指標は行列での位置を示す．この値が正負 1 に近いほど 2 つのパラメータ間の相関が強い．

4. パラメータ推定

2004 年台風 23 号の通過期間（10 月 19 日 0 時～10 月 21 日 23 時）を対象にパラメータ推定を行う．地域気象観測アメダスデータを用いて補正されたレーダ・アメ

表-1 推定後の諸指標

Parameter	Estimate 2	Initial 2	Estimate 1	Initial 1	Final CPS	Final RCPS
N_{slope} [$m^{-1/3}s$]	0.1 (0.1-0.9)	0.1	0.01 (0.01-0.9)	0.10	160.15	16.015
k_a [m/s]	0.065 (0.1- 10^{-8})	0.089	0.089 (0.1- 10^{-8})	0.001	221.99	14.486
D [m]	0.50 (0.5-1.5)	0.52	0.52 (0.5-1.5)	0.63	111.79	55.897
d_a [m]	0.081	0.114	0.114	0.50	342.77	55.862
d_m [m]	0.037	0.048	0.048	0.50	49.728	22.595
β [-]	6.00 (2-6)	6.00	6.00 (2-6)	4.0	2.3149	13.889
N_{river} [$m^{-1/3}s$]	0.055 (0.010-0.055)	0.055	0.055 (0.010-0.055)	0.030	1948.7	107.18

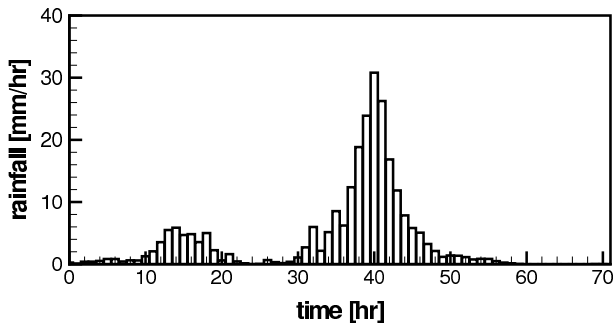


図-6 流域平均雨量 (2004年洪水: 福知山観測所上流域)

ダスデータ (時間分解能 1 時間, 空間分解能約 2.8km) を降雨情報として入力し, 降雨流出解析を行う. 各レーダ・アメダスの値は図-5 の格子点上で流出モデルに入力される. 図-6 にはこのレーダ・アメダスをもとに計算された福知山水位観測所 (図-1 三角印) より上流での流域平均降雨量の時間推移を示している.

表-1 に推定にあたっての初期パラメータ (Initial 1), 第 1 回の試行で得られた推定パラメータ 1 (Estimate 1), 推定パラメータ 1 に過去の事例に沿う制約条件 ($N_{river} < N_{slope}$) を追加し (Initial 2)、さらに最適化計算した本稿の最適パラメータ (Estimate 2) を示す.

なお, 通常は最適化ステップが 5~7 回, 各最適化ステップでヤコビアン計算を行うが, 初期段階ではパラメータ数に相当する 7 回 (例えば 5~7 回中 3~5 回), 最適解に接近するとヤコビアン計算の精度を上げるため 7 回 \times 2=14 回 (例えば 5~7 回中 2~4 回), また LM 法の α パラメータの変更に伴う計算が各最適化ステップで 2~7 回程度, 合計では概算で $7 \times (3 \sim 5) + 14 \times (2 \sim 4) + (5 \sim 7) \times (2 \sim 7) = 59 \sim 140$ 回程度の順推定計算が必要になる. 最適化された計算ハイドログラフと観測ハイドログラフを図-7 に示す.

なお, 同図の観測流量は福知山観測所での観測水位を H-Q 近似曲線を用いて変換したものである. 図-7 を詳しく見ると, 計算開始 ~ 24 時の領域 1 (観測流量 >

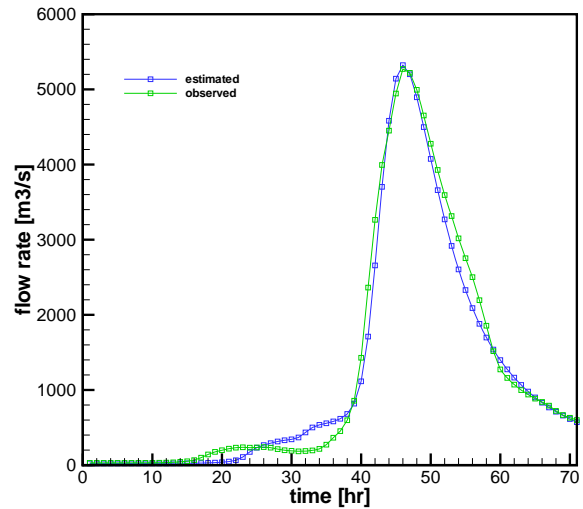


図-7 2004年洪水の観測ハイドログラフと最適ハイドログラフ

計算流量), 24~38 時間の領域 2 (観測流量 < 計算流量) に差異が, また流量ピークから低減部にかけて 50 時以降の領域 4 (観測流量 > 計算流量) には微細な差異が見られる. なお, 43 時~50 時の領域 3 (計算流量 \approx 観測流量) は適合度がかなり良い.

この点について検討するため COS をプロットした図-8 を示す. 3 節の (4) で解説したように基本的に COS が高い観測値はパラメータ推定に与える影響が大きい. 図からわかるように, 今回のように観測値に等しい重みを与えた場合, 結果として 43~44 時の観測値の COS 値が最大となる. 換言すると LM 法はこの近傍を中心に計算ハイドログラフの観測ハイドログラフへの近似 (モデルパラメータの推定) を行うことになる. 同時刻を含む領域 3 の適合度がかなり良いのはこのためだと思われる. 他方, 領域 1 は計算ハイドログラフが過小評価, 2 は過大評価になっているが, 要は領域 1, 2 全体で 2 乗残差が最小になるようにパラメータ推定がなされたためであり, 全体としての水量は一致している

表-2 相関係数行列

	N_{slope}	k_a	D	d_a	d_m	β	N_{river}
N_{slope}	1.0000	-0.9314	-0.2679	0.2530	0.4265	0.3240	0.4155
k_a	-0.9314	1.0000	0.1736	-0.1959	-0.6258	-0.5354	-0.4691
D	-0.2679	0.1736	1.0000	-0.9823	0.0169	-1.53×10^{-4}	-0.1072
d_a	0.2530	-0.1959	-0.9823	1.0000	0.1233	0.1644	0.0264
d_m	0.4265	-0.6258	0.0169	0.1233	1.0000	0.9671	0.2542
β	0.3240	-0.5354	-1.52×10^{-4}	0.1644	0.9671	1.0000	0.0327
N_{river}	0.4155	-0.4691	-0.1027	0.0264	0.2542	0.0327	1.0000

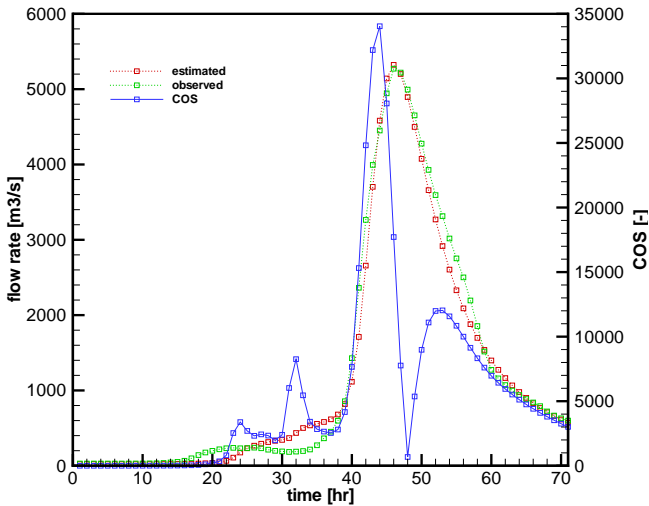


図-8 合成観測感度 (COS)

といえる。この領域 1,2 は斜面表層土壌が徐々に飽和している過程であり、土壌パラメータの推定方法にさらなる工夫を要するようである。

表-1 に示した RCPS から、今回の推定プロセスでは河道の等価粗度 N_{river} 、土層厚 D 、層厚 d_a などが推定に影響が大きいパラメータであると考えられる。

表-2 にパラメータの相関係数行列を示す。今回の推定プロセスでは k_a が N_{slope} 、 d_m が β 、 D が d_a と高い相関を示した。

5. おわりに

以上述べたように、最適化アルゴリズム (LM 法) を分布型流出モデルと連結することにより分布型流出モデルのパラメータ推定をより系統立てて行うことが可能になった。本稿に示したような統計指標を用いてパラメータ、モデル生成値、観測値の関係を理論的かつ定量的に評価することができる。ただしより詳細な検討は必要である。特に観測値の重み付けの考え方、流域一様ではなくサブ流域での土地利用、地質特性を考慮し、サブ流域毎に異なったパラメータを設定するなど分布型モデルの利点を生かすための工夫、他の条件下でのパラメータ推定結果との比較などが重要であると

思われる。今後は、由良川の他の洪水事象や円山川 (兵庫県)、日野川 (滋賀県) などの他流域においても、より詳細な検討を進める予定である。

謝辞：由良川に関する各種資料は国土交通省福知山河川国道事務所に、水文データは (株) ニュージェックに提供していただきました。ここに記して感謝申し上げます。

参考文献

- 1) 石原藤次郎・石原安雄・高棹琢馬・頼千元：由良川の出水特性に関する研究，京都大学防災研究所年報 5 号 A，pp. 147-173, 1962.
- 2) 国土交通省近畿地方整備局福知山河川国道事務所：由良川水系河川整備計画 [直轄管理区間]
- 3) 小林健一郎・立川康人・佐山敬洋・寶 馨：分布型降雨流出モデルによる 2004 年 10 月台風 23 号由良川洪水の解析，水工学論文集，Vol. 50，pp. 313-318, 2006.
- 4) 国土交通省近畿地方整備局福知山河川国道事務所：北近畿地方マルチチャンネル
<http://www.kkr.mlit.go.jp/fukuchiyama/index.html>
- 5) 椎葉充晴・市川 温・榊原哲由・立川康人：河川流域地形の新しい数値表現形式，土木学会論文集，No. 621/II-47，pp. 1-9, 1999.
- 6) 市川 温・村上将道・立川康人・椎葉充晴：流域地形の新たな数値表現形式に基づく流域流出系シミュレーションシステムの開発，土木学会論文集，No. 691/II-57，pp. 43-52, 2001.
- 7) 立川康人・永谷 言・寶 馨：飽和不飽和流れの機構を導入した流量流積関係式の開発，水工学論文集，Vol. 48. pp. 7-12, 2004.
- 8) 寶 馨・立川康人・児島利治・可児良昭・池淵周一：降雨流出に及ぼす山腹斜面の影響 - いわゆる「緑のダム」の洪水調節効果の流域水文学的検討 -，京都大学防災研究所年報，47B，pp. 171-182, 2004.
- 9) Levenberg, K., A method for the solution of certain nonlinear problems in least squares, Quart. Appl. Math., 2, 164-168, 1944.
- 10) PEST: Model-Independent Parameter Estimation, Water Numerical Computing, 2003.
- 11) Finsterle, S.: iTOUGH2 User's Guide, Lawrence Berkeley National Laboratory, University of California, Berkeley, 2000.
- 12) Cirpka, O.A. : Parameter Estimation and Inverse Modeling (Lecture Note), Institute fuer Wasserbau, Universitaet Stuttgart, 2003.

(2006. 9. 30受付)