バイアス補正カルマンフィルタによる 広域分布型流出予測システムのデータ同化

佐山敬洋 1 ・立川康人 2 ・寶 馨 3

 1 正会員 京都大学防災研究所助教 社会防災研究部門 (〒 611-0011 宇治市五ヶ庄) E-mail: sayama@flood.dpri.kyoto-u.ac.jp 2 正会員 京都大学大学院准教授 工学研究科都市環境工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂) 3 フェロー会員 京都大学防災研究所教授 社会防災研究部門 (〒 611-0011 宇治市五ヶ庄)

広域分布型流出予測システムの観測流量によるデータ同化手法を提案する.予測システムは斜面部の流れを表現する流出モデルと河道流れを表現する河道追跡モデルからなる.これらのモデルが持つ全ての状態量を実時間で観測更新することは計算付加が高く,実時間予測システムとしての実行可能性に困難が伴う.そこで,本研究では河道追跡モデルにマスキンガムークンジ法を用い,河川流量を観測更新すると共に,流出モデルに起因する予測のバイアスを河川流量と同時に逐次推定する方法を提案する.この手法を桂川流域の洪水予測に適用し,斜面部の流出予測バイアスを補正することによって洪水予測精度が向上することを明らかにした.

Key Words: distributed rainfall-runoff model, Muskingum-Cunge Method, flood prediction, data assimilation

1. はじめに

計画規模に匹敵するような豪雨は、治水整備の不十分な中小河川流域を中心に、甚大な洪水被害をもたらす。例えば、平成16年の新潟・福島豪雨では、五十嵐川や刈谷田川など11箇所で破堤し、16名の死者・行方不明者をもたらした。また、平成17年の台風14号では、九州地方を中心に総雨量が1000mmを超え、五ヶ瀬川や大淀川で大規模な越水氾濫が発生した。宮崎県ではこの災害により4300棟を越える住宅が床上・床下浸水の被害を受けた1)。こうした中小河川流域では、治水施設の整備のみに依存した防災は今後も容易ではなく、詳細で確度の高い洪水予測と、それに基づく的確な住民避難が災害を軽減するための重要な対策となる。

これまでの洪水予測は、流域下流の主要な地点やダム地点を対象に、主に貯留関数法などの集中型モデルを用いて行われてきた^{2),3),4)}. こうした予測手法は、モデルを同定するための流量が、予測対象地点で得られる場合には有効である. しかし、中小河川を含めて観測流量が得られない流域内部の任意の河道地点を対象に予測するためには、分布型流出モデルを流域全体に適用し、流域内部の河川流量を予測する必要がある.

筆者らは、流域全体の詳細な洪水予測を目指して、淀川流域を対象とした広域分布型流出予測システムを開発してきた5). 現行のシステム (http://yodogawa.kuciv.kyoto-u.ac.jp/) では、予測雨量を時々刻々入力し、6時間先までの河川流量

を予測している⁶⁾. モデルの初期状態は、実績降雨を入力した流出シミュレーションによって1時間毎に更新している. ただし、河川流量の観測情報は国土交通省の光ネットワークを通じてリアルタイムで入手しているものの、現行のシステムでは、その観測情報を状態量の推定には用いていない. 今後、このシステムの予測結果を向上させるためには、流域内の複数地点で観測される河川流量を用いて広域分布型流出予測システムの状態量を同化するアルゴリズムを導入する必要がある.

流出モデルを観測流量で同化する方法については, 1974年に日野 7 がはじめてカルマンフィルタ 8 を流出 モデルに適用して以来,数多くの手法が提案されてき た^{9),10),11),12)}. 例えば、高棹・椎葉¹³⁾は単一斜面のキ ネマティックウェーブモデルを準線形化してカルマン フィルタを適用し, モデルの状態量を逐次推定する方 法を提案している. また, 高棹ら^{14),15),16)}の一連の研 究は、貯留関数法にカルマンフィルタを導入して実流 域に適用するとともに、有色ノイズの応用や、複合流 域への応用を示している. また, 近年になって, 流出 予測の不確実性を評価するという観点から、異なるパ ラメタを持つ複数のフィルタを同時進行させてフィル タの重みを逐次更新する方法17)やアンサンブルカルマ ンフィル 9^{18} を比較的構造の単純な流出モデルに適用 して,パラメタ分布と予測の不確実性を逐次推定する 研究19),20),21),22)が提案されている.

分布型流出モデルのフィルタリングについては, い

まだ確立した方法は無いものの、近年になっていくつかの研究成果が報告されている。流域斜面系のフィルタリングとしては、例えば、キネマティックウェーブ型の分布型流出モデルにカルマンフィルタを導入した Kim ら $^{23)}$ の研究や、HBV と呼ばれる分布型流出モデル $^{24)}$ の状態量を逐次更新する Wohling ら $^{25)}$ の研究がある。いずれの方法も、分布型流出モデルで計算する状態量すべてをフィルタリングの対象とするのではなく、流域全体の貯留量をひとつの状態量とみなして更新する点にその特徴がある。また、空間分布する状態量をフィルタリングの対象とする事例としては、SAC-SMA モデルに変分法のデータ同化を適用した Seo ら 26)の研究がある。ただし、この研究で使用しているモデルの状態量は全部で6個であり、流域全体をグリッドで覆うタイプの分布型流出モデルを対象とはしていない。

一方,河道追跡モデルにフィルタリングを適用した事例もある. 例えば, Fread and Ming²⁷⁾や Shiiba ら²⁹⁾はダイナミックウェーブモデルに,藤田ら²⁸⁾は河道網集中型キネマティックウェーブモデルに,それぞれカルマンフィルタを適用している.河道追跡モデルの状態量をフィルタリングの対象とするこれらの方法は,空間分布する状態量を複数地点の観測流量で同化できる点で優れている. ただし,予測のリードタイムが長くなると,河道追跡の予測結果が流出モデルによる斜面流量の予測結果に依存するため,河川の状態量を更新した効果が消えてしまうという欠点がある. つまり,斜面流量の予測モデルに起因する系統的な誤差をフィルタリングで予測・補正しなければ,河道網の状態量をフィルタリングする効果は十分に発揮できない.

従って,河道および斜面の状態量を同時に観測更新 することが重要となる. しかし、水系全体を対象とす るような洪水予測モデルを考える場合, これらの状態 量すべてを観測更新の対象とすることは, 実行可能性 の点で困難さが付きまとう. この問題を解決する一つ の方法として, 斜面流出モデルが算定する流出量の予 測誤差を, 河道流追跡モデルのシステム方程式におけ る予測バイアスとして捉え,逐次その予測バイアスを 推定・補正する方法が考えられる. つまり、システム方 程式に未知定数を加え,河道状態量とともにその未知 定数を逐次推定する適応カルマンフィルタを応用する ことによって、斜面流量の予測モデルに起因する誤差 を逐次推定し、これをもとに河川流量を予測する方法 が考えられる. ただし, この方法を用いたとしても本 論で取り扱う広域分布型流出予測システムでは,河道 網を約3km毎の河道区分に分割し、各河道区分への流 入量を斜面流量の予測モデルによって計算しているの で, 適応カルマンフィルタで推定すべき未知乗数の数 は河道状態量の数の二倍になる. つまり, 適応カルマ ンフィルタで計算する分散共分散行列やカルマンゲインの次元が二倍に拡大し、計算負荷の大きい非効率な解法となる.

Friedland³⁰⁾は適応カルマンフィルタの計算次元が拡大する問題に対し、行列計算の次元を状態量の数に抑えつつ、未知定数と状態量とを順に求める方法を提案している。また、これによって得られる推定量が、適応カルマンフィルタによる推定量と一致することを理論的に証明している。さらに、Dee and Da Silva³¹⁾は、Friedland³⁰⁾によって提案された方法を拡張し、予測に含まれるバイアスを推定・補正するより実用的な方法を展開している。

そこで本論はこれらの手法を参考とし、広域分布型流出予測システムの状態量を観測流量で同化する方法として、河道流に適用するマスキンガムークンジモデルにバイアス補正カルマンフィルタを導入する方法を提案する。このシステムを桂川流域に適用し、降雨流出モデルに起因するバイアスを考慮することの効果を分析する。また、下流地点の観測流量を用いてフィルタリングした結果が、上流域の予測流量に及ぼす影響を分析する。

本論の構成は以下の通りである. 広域分布型流出予測システムについて 2. で概説する. 次に, 3. では, 計算安定化手法を適用したマスキンガムークンジモデルを河道網全体に適用して, それを行列形式で表示する方法を述べる. 4. では未知定数を含むシステム方程式のフィルタリング法として分離カルマンフィルタを導出し, それをもとにバイアス補正カルマンフィルタを導出する. 5. では具体的な洪水予測のアルゴリズムを述べる. 6. では提案する手法の桂川流域 (833 km²) への適用結果を示し, 7. において本論の結論をまとめる.

2. 広域分布型流出予測システムの概要

本論で用いる広域分布型流出予測システムは、落水線型の分布型流出モデルと河道網の河道追跡モデルで構成される。淀川流域全体を対象としたシステム⁵⁾は、これらのモデルに加えて、琵琶湖の湖沼モデルとダムモデルとを統合しているが、本論では、琵琶湖とダムの影響を考慮する必要がない流域および期間を対象として以下の議論を進める。

広域分布型流出予測システムの構成手順は次の通りである。まず、1/25,000の地形図に記載されている河道網を抽出し、それを合流点で分割する。分割した河道が3km以上の場合には、その長さが3km以下になるように河道をさらに分割する。次に、空間分解能250mの標高情報をもとに、最急勾配法で落水方向を決定し、各河道区分に流入する部分流域を抽出する32)。そ

れぞれの部分流域は、矩形斜面の集合であり、各矩形斜面に不飽和・飽和中間流・表面流モデル³³⁾を適用する.

各部分流域に適用した分布型流出モデルによって,河 道区分への側方流入量を計算する.河道追跡モデルに は,これまでキネマティックウェーブモデルを用いてき たが,本論でカルマンフィルタを導入するにあたって, 河川流量を状態量にとり,状態量の時間推移が形式上, 線形式となるマスキンガムークンジ法を用いた.

広域分布型流出予測システムの構成とその再現性については文献⁵⁾に記述しているのでここでは省略し、本論に関連するマスキンガムークンジ法とその行列表示について 3. でその詳細を述べる.

3. マスキンガムークンジ法による河道追跡

(1) 河道区分における計算

広域分布型流出予測システムの河道追跡計算にはマスキンガムークンジ法を用いる。上述の通り、本システムでは、河道の合流点および約3 km年の河道地点で河道網を分割しており、その各河道区分に対して、以下に示すマスキンガムークンジ法を適用する。なお、流域の河道網がp個の河道区分で構成される場合には、状態量とその時間変化を示す式がそれぞれp個ずつ存在することになり、河道網全体の流量を計算するためには、(4)に示す行列計算を解くことになる。

ここではひとつの河道区分を対象に、時刻 n, n-1 の河道区分上端での流量 Q_{j-1}^n , Q_{j-1}^{n-1} , 時刻 n-1 の 下端での流量 Q_j^{n-1} , および単位河川長あたりの側方流入量 $q_j^n(n-1)$ から n の間の平均側方流入量) をもとに、流量 Q_j^n を求める.ここで,Q や q の上添え字と下添え字はそれぞれ時間ステップと空間ステップを表しており,ここでは時刻 n-1 の初期条件と空間 j-1 の境界条件が既に得られていることを前提にして議論を進める.

流量をQ, 通水断面積をAとすると連続式は,

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \tag{1}$$

となる. ここで流れの伝播速度 c を dQ/dA とすれば,式 (1) は

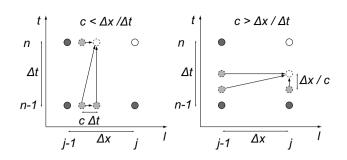
$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - q \right) = 0 \tag{2}$$

のように変形できる.マスキンガムークンジ法ではこ の式の各項を次のように差分近似する.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = X \frac{Q_{j-1}^n - Q_{j-1}^{n-1}}{\Delta t} + (1 - X) \frac{Q_j^n - Q_j^{n-1}}{\Delta t}$$
 (3)

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_j^n - Q_{j-1}^n}{2\Delta x} + \frac{Q_j^{n-1} - Q_{j-1}^{n-1}}{2\Delta x} \tag{4}$$

X は空間差分の重み付けを規定するパラメタであり、 マスキンガムークンジ法では X を式 (11) のように決



図–1 Multi-step, Multi-reach 法における計算時空間ステップの分割方法

定する. c を差分区間内で一定と仮定して,式(3),(4) を式(2) に代入すれば,

$$Q_j^n = C_1 Q_{j-1}^n + C_2 Q_{j-1}^{n-1} + C_3 Q_j^{n-1} + C_4 q_j^n$$
 (5)
を得る.ここに C_1 から C_4 は、

$$C_1 = \frac{c\Delta t/\Delta x - 2X}{2(1-X) + c\Delta t/\Delta x} \tag{6}$$

$$C_2 = \frac{c\Delta t/\Delta x + 2X}{2(1-X) + c\Delta t/\Delta x} \tag{7}$$

$$C_3 = \frac{2(1-X) - c\Delta t/\Delta x}{2(1-X) + c\Delta t/\Delta x} \tag{8}$$

$$C_4 = \frac{2c\Delta t}{2(1-X) + c\Delta t/\Delta x} \tag{9}$$

である. c はマニングの抵抗則を用いれば,

$$c = M \left(\frac{\sqrt{i}}{N}\right)^{\frac{1}{M}} \left(\frac{Q_o}{B}\right)^{\frac{M-1}{M}} \tag{10}$$

となる.ここに,M: 無次元の流量流積パラメタ(=5 / 3),i: 河道の勾配,N: Manning の粗度係数,B: 河道幅, Δt : 計算の時間ステップ, Δx : 計算の空間ステップである. Q_o は参照流量であり,本論では $Q_o=Q_{i-1}^{n-1}$ とする.また式 (6) から (9) にある X は,

$$X = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{Q_o}{Bci\Delta x} \right) \tag{11}$$

とすることにより、数値拡散を物理的な拡散として扱うことができる 34).

(2) Multi-step, Multi-reach 法 ³⁵⁾による数値計 算の安定化

マスキンガムークンジ法は、係数 C_1 、 C_2 、 C_3 、 C_4 を既知の値を用いて設定することにより、形式上、線形の式で河川流量を計算できる点にその特長がある。ただし、 Δx と Δt のとり方によっては C_i ($i=1,\ldots,4$) やX が負の値になって、計算が不安定になることがある.

陸ら³⁵⁾はマスキンガムークンジ法による河道追跡計算の安定性を確保する方法として, Multi-step, Multi-reach 法を提案しており, 本論でもこの方法を採用することにした. Multi-step, Multi-reach 法の要点は,

 $\Delta x/\Delta t$ が流れの伝播速度 c とほぼ等しくなるように Δx と Δt を決定することにあって,これにより $C_i(i=1,\ldots,4)$ や X が負の値になるのを防ぐ.本論の適用例では, Δx と Δt の初期設定値をそれぞれ各河道区分の長さ (約 3 km),1 時間としておき,流れの伝播速度 c が $\Delta x/\Delta t$ よりも小さい場合には,計算の空間ステップを $c\Delta t$ として短くとる.一方,流れの伝播速度 c が $\Delta x/\Delta t$ よりも大きい場合には,計算の時間ステップを $\Delta x/c$ として短くとる.

図-1 に示した例は,黒丸で示した既知の値 Q_{j-1}^{n-1} , Q_{j-1}^{n} , Q_{j-1}^{n} , Q_{j-1}^{n} から白丸で示した未知の値 Q_{j}^{n} を求めている。図-1 左が $c < \Delta x/\Delta t$ の場合である。Multi-step,Multi-reach 法では,式 (5) の要領で $((j-1)+c\Delta t)$ 地点の流量をまず求め,それを上流の境界条件として,次に $((j-1)+2c\Delta t)$ 地点の流量を求める。これを繰り返せば,求めるべき地点の流量を求める。なお,計算の空間ステップを分割する場合には,(j-1) 地点と j 地点の間の初期流量が必要となるが,ここでは, Q_{j-1}^{n-1} と Q_{j}^{n-1} との流量を線形内挿してこれらの値を求めている。図-1 右が $(c > \Delta l/\Delta t)$ の場合で時間ステップを分割する場合におり,その手順は空間ステップを分割する場合と同様である。

(3) 時空間ステップを変更する場合の係数について

Multi-step, Multi-reach 法は、計算の時空間ステップを変化させることにより、河道追跡計算の安定性を確保する.計算の時空間ステップが変化することは、上流から下流に向かって順次計算を進める場合には問題ではない.しかし、本論のようにカルマンフィルタを適用する場合には、状態量の時間変化を行列形式で表現する必要がある. Multi-step, Multi-reach 法を適用すると、行列の次元や時間ステップの幅が変化することになり、そのままではカルマンフィルタを適用することができなくなる. 従って、次のような工夫が必要となる.

河道区分を空間的に分割する図-1 の $(c < \Delta l/\Delta t)$ の ケースをまず考えてみる.Multi-step,Multi-reach 法では,上述の通り $c\Delta t$ ずつ下流に移動しながら流量を求めていく.従って,最終的に求まる下端の流量 Q_j^n は式 (5) を満たさなくなってしまう.

ただし、式 (5) を解析的に解けば、未知量である Q_j^n と既知量であるその他の流量との関係を、式 (5) と同じ線形の式 (12) で記述することができる.

$$Q_j^n = A_1 Q_{j-1}^n + A_2 Q_{j-1}^{n-1} + A_3 Q_j^{n-1} + A_4 q_j^n \quad (12)$$
 そのときの式 (12) の係数 $A_i (i=1,\ldots,4)$ は、

$$A_{1} = C_{1}^{n_{l}}$$

$$A_{2} = \left\{ A_{2,n_{l}}; A_{2,m} = C_{1}A_{2,m-1} + C_{2} \left(1 - \frac{m-1}{n_{l}} \right) \right\}$$

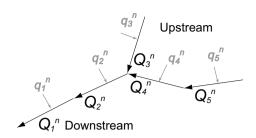


図-2 5つの河道区分で構成された河道網の例

$$+C_{3}\left(1-\frac{m}{n_{l}}\right); \quad m=1,\ldots,n_{l}, \quad A_{2,0}=0$$

$$A_{3}=\left\{A_{3,n_{l}}; A_{3,m}=C_{1}A_{3,m-1}+C_{2}\frac{m-1}{n_{l}}\right.$$

$$+C_{3}\frac{m}{n_{l}}; \quad m=1,\ldots,n_{l}, \quad A_{3,0}=0$$

$$A_{4}=C_{4}\frac{1-C_{1}^{n_{l}}}{1-C_{1}}$$

$$(16)$$

となる.ここに, $n_l(=\Delta l/c\Delta t)$ は Multi-step,Multi-reach 法における空間分割数であり, A_2 , A_3 は漸化式を解くことにより得られる.同様に,時間ステップを $n_t(=c\Delta t/\Delta l)$ 分割する場合の係数は,

$$A_{1} = \left\{ A_{1,n_{t}}; A_{1,m} = C_{3}A_{1,m-1} + C_{2}\frac{m-1}{n_{t}} + C_{1}\frac{m}{n_{t}}; \quad m = 1, \dots n_{t}, \quad A_{1,0} = 0 \right\}$$

$$A_{2} = \left\{ A_{2,n_{t}}; A_{2,m} = C_{3}A_{2,m-1} + C_{2}\left(1 - \frac{m-1}{n_{t}}\right) + C_{1}\left(1 - \frac{m}{n_{t}}\right); \quad m = 1, \dots, n_{t}, \quad A_{2,0} = 0 \right\}$$

$$A_{3,m} = C_{3}^{n_{t}}$$

$$A_{4} = C_{4}\frac{1 - C_{3}^{n_{t}}}{1 - C_{2}}$$

$$(20)$$

となる. A_1 , A_2 は漸化式を解いて得られる. これにより, Multi-step, Multi-reach 法を適用した各河道区分のマスキンガムークンジ式をの線形の式 (12) で表すことができる.

(4) マスキンガムークンジ法の河道網全体への適用

上ではひとつの河道区分を対象にした場合のマスキンガムークンジ法による河道追跡計算法を述べた.次に複数の河道区分が存在する河道網を対象にした場合に、どのように式(12)を連立させ、河道網全体の流量を計算するかについて説明する.ここでは簡単のため図-2に示す河道網を対象にして以下の議論を進める.

図-2は5つの河道区分が河道網を構成している例である。それぞれの河道区分には式 (12)を適用する。例えば,時刻nの河道区分3の下端流量を Q_3^n ,河道区分4の下端流量を Q_4^n とすれば,時刻nの河道区分2

の下端流量 Q_2^n は,

$$Q_2^n = A_1^2 (Q_3^n + Q_4^n) + A_2^2 (Q_3^{n-1} + Q_4^{n-1}) + A_3^2 Q_2^{n-1} + A_4^2 Q_2^n$$
(21)

となる. なお、A の肩につけた 2 という数字は、それが河道区分 2 を対象にして求めた係数であることを意味している. 同様の式を各河道区分で構成すれば、河道網全体の河川流量を次のように行列表示できる.

$$\begin{bmatrix} 1 & -A_1^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -A_1^2 & -A_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -A_1^4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^n \\ Q_2^n \\ Q_3^n \\ Q_4^n \\ Q_5^n \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} A_1^1 & A_2^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_3^2 & A_2^2 & A_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & A_3^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_3^4 & A_2^4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_3^5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^{n-1} \\ Q_2^{n-1} \\ Q_3^{n-1} \\ Q_1^{n-1} \\ Q_5^{n-1} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} A_1^4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_4^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_4^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_4^4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_4^5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1^n \\ q_2^n \\ q_3^n \\ q_1^n \\ q_5^n \end{bmatrix} (22)$$

式 (22) に示したように, Q_j^n を下流から上流に向かって順にならべて行列表示すれば,左辺の係数行列は上三角行列になるので,逆行列を容易に求めることができる.その逆行列を両辺に左側からかけた式を,行列表示すれば,

$$\boldsymbol{x}_n = \boldsymbol{A}_n \boldsymbol{x}_{n-1} + \boldsymbol{D}_n \boldsymbol{d}_n \tag{23}$$

となる. ここに x は各河道区分の流量を要素に持つベクトルであり, d は降雨流出モデルによって計算される各河道区分の側方流入量を要素に持つベクトルである. これをシステム方程式として, 次章で述べるカルマンフィルタの一連の式を適用する.

4. バイアス補正カルマンフィルタの導出

(1) 問題の定式化

マスキンガムークンジ法の状態ベクトル x_n $(p \times 1$ 次元) は,時刻 n とともに線形的に変化する量であり,斜面部の流出モデルで計算する側方流入量を d_n $(p \times 1$ 次元) として,モデルの不確かさを表現するシステムノイズ項を ξ_n を加えれば,

$$\boldsymbol{x}_n = \boldsymbol{A}_n \boldsymbol{x}_{n-1} + \boldsymbol{D}_n \boldsymbol{d}_n + \boldsymbol{\xi}_n \tag{24}$$

のように表すことができる。ここに、 \mathbf{A}_n と \mathbf{D}_n は $(p \times p)$ の次元を持つ係数行列である。また、通常のカルマン

フィルタでは ξ_n の白色正規性を仮定して、その期待値と分散共分散行列を次のように設定する.

$$E\{\boldsymbol{\xi}_n\} = 0 \tag{25}$$

$$E\{\boldsymbol{\xi}_n \boldsymbol{\xi}_m^T\} = \boldsymbol{Q}_n \delta_{nm} \tag{26}$$

ここに、 $E\{\cdot\}$ は期待値操作を表す. δ_{nm} はクロネッカーのデルタであり、 \mathbf{Q}_n はシステムノイズの大きさを表す $(p \times p)$ 次元の分散共分散行列である.

一方,観測ベクトル y_n $(r \times 1$ 次元) は,係数行列 H_n $(r \times p$ 次元) を用いて以下のように表す.

$$\boldsymbol{y}_n = \boldsymbol{H}_n \boldsymbol{x}_n + \boldsymbol{\eta}_n \tag{27}$$

ここに、 η_n は観測ノイズであり、システムノイズと同様、白色正規性を仮定して次のように設定する.

$$E(\boldsymbol{\eta}_n) = 0 \tag{28}$$

$$E(\boldsymbol{\eta}_n \boldsymbol{\eta}_m^T) = \boldsymbol{R}_n \delta_{nm} \tag{29}$$

ここに、 \mathbf{R}_n は観測ノイズの大きさを示す $(r \times r)$ 次元の分散共分散行列である.

式 (24) をシステム方程式,式 (27) を観測方程式として、観測量をもとに状態量を逐次推定するカルマンフィルタのアルゴリズムは Kalman⁸⁾によって提案され、それ以降、降雨流出予測の分野にも数多く適用されてきた。ただし、式 (24) における定数項 $\mathbf{D}_n\mathbf{d}_n$ を河道区間ごとに分布型流出モデルで算定し、その結果を既知の定数として与える本論の適用例では、 $\mathbf{D}_n\mathbf{d}_n$ の推定によって生ずる誤差バイアスを考慮にいれた上で、状態量 (河川流量) を推定・予測することが望ましい。そこで本論では、式 (24) と式 (27) に未知のバイアス項 $\mathbf{\beta}$ $(p\times 1$ 次元)を加えた式 (30) と式 (31) をシステム方程式と観測方程式とし、状態量と未知のバイアスを併せて推定するカルマンフィルタを導入することを考えた。

$$x_n = A_n x_{n-1} + D_n d_n + B_n \beta + \xi_n \qquad (30)$$

$$\mathbf{y}_n = \mathbf{H}\mathbf{x}_n + \mathbf{C}_n\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\eta}_n \tag{31}$$

ここに、 \mathbf{B}_n は $(p \times p)$ 次元の係数行列である。基礎式に一般性を持たせるため、観測方程式にも $\mathbf{C}_n \boldsymbol{\beta}$ (\mathbf{C} : $r \times p$ 次元の係数行列) の項を加えて以下の導出を行う。

(2) 適応カルマンフィルタ

未知定数 β を含むシステム方程式に対しては,以下に示す適応カルマンフィルタを利用するのが一般的な解法である 36)。これは,推定すべき状態量 x_n と未知定数 β_n を併せて新たに拡大したベクトル $z_n = [x_n^T \beta_n^T]^T$ $(2p \times 1$ 次元) を定義し,この z_n をカルマンフィルタで次のように推定する.

$$\hat{\boldsymbol{z}}_{n}^{-} = \Phi_{n} \hat{\boldsymbol{z}}_{n-1} + \boldsymbol{D}_{n}' \boldsymbol{d}_{n}' \tag{32}$$

$$P_n^{-}(z) = \Phi_n P_{n-1}(z) \Phi_n^T + Q_n'$$
(33)

$$\boldsymbol{K}(z) = \boldsymbol{P}_{n}^{-}(z)\boldsymbol{L}_{n}^{T} \left[\boldsymbol{L}_{n} \boldsymbol{P}_{n}^{-}(z)\boldsymbol{L}_{n}^{T} + \boldsymbol{R}_{n} \right]^{-1}$$
(34)

$$\hat{\boldsymbol{z}}_{n} = \hat{\boldsymbol{z}}_{n}^{-} + \boldsymbol{K}(z) \left[\boldsymbol{y}_{n} - \boldsymbol{L}_{n} \hat{\boldsymbol{z}}_{n}^{-} \right]$$
(35)

$$\boldsymbol{P}_{n}(z) = \left[\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}(z) \boldsymbol{L}_{n} \right] \boldsymbol{P}_{n}^{-}(z) \tag{36}$$

ここに、 $\hat{\boldsymbol{z}}_n$ $(2p\times 1$ 次元) は \boldsymbol{z}_n の推定量であり、 $\boldsymbol{K}(z)$ $(2p\times r$ 次元) はカルマンゲイン、 $\boldsymbol{P}_n^-(z)$ は \boldsymbol{z} の事前分散共分散行列である。上式の '-'の記号は \boldsymbol{z}_n や \boldsymbol{P}_n を前時間ステップ (n-1) の情報をもとに推定したことを意味する。また、 $\boldsymbol{\Phi}_n$ $(2p\times 2p)$ 、 \boldsymbol{L}_n $(r\times 2p)$ 、 $\boldsymbol{D}_n'\boldsymbol{d}_n'$ $(2p\times 1)$ 、 \boldsymbol{Q}_n $(2p\times 2p)$ は、それぞれ状態推移行列、状態量から観測量への変換行列、既知の定数ベクトル、システムノイズの分散共分散行列であり、以下のように定義する。

$$\boldsymbol{\Phi}_{n} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{n} & \boldsymbol{B}_{n} \\ \mathbf{o} & \boldsymbol{I} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{L}_{n} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_{n} & \boldsymbol{C}_{n} \end{bmatrix}$$
(37)

$$D'_n d'_n = \begin{bmatrix} D_n d_n \\ \mathbf{o} \end{bmatrix} \qquad Q'_n = \begin{bmatrix} Q_n & \mathbf{o} \\ \mathbf{o} & \mathbf{o} \end{bmatrix}$$
(38)

適応カルマンフィルタは、式 (30)、(31) で表される 状態空間モデルにおいて、最適推定量を得るための一般的な解法である。しかし、状態量ベクトルとそのバイアスベクトルがそれぞれ $(p\times 1)$ の次元を持ち、かつ p が大きくなる本論の問題においては、計算する行列の 次元が $(2p\times 2p)$ に拡大するため、計算負荷が大きくなるという欠点を持つ。

(3) 分離カルマンフィルタ

この問題を克服するため、Friedland³⁰⁾は行列の次元を $(2p \times 2p)$ に拡大することなく、状態量ベクトル x_n とそのバイアスベクトル β を $(p \times p)$ の次元のままで順次求める方法を提案している。この方法は、分離カルマンフィルタと呼ばれ、Friedland の提案以降、より一般化した問題への展開^{37),38)}や、Friedland とは異なった方法でのアルゴリズムの導出が進められてきた。以下では、Friedland³⁰⁾に比べて、簡潔的な導出方法を示した Igagni ³⁹⁾の方法に従って、分離カルマンフィルタの導出過程を追う。

a) バイアス項 β を無視した場合と既知の場合とのカルマンフィルタの比較

分離カルマンフィルタを導出するにあたり、まず式 (30) における未知定数の項 (バイアス項) を無視した場合のシステム方程式と観測方程式を想定する.

$$x_n = A_n x_{n-1} + D_n d_n + \xi_n \tag{39}$$

$$\boldsymbol{y}_n = \boldsymbol{H}_n \boldsymbol{x}_n + \boldsymbol{\eta}_n \tag{40}$$

この問題に対し、バイアス項を無視した通常のカルマンフィルタは次のようになる.

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_{n}^{-} = \boldsymbol{A}_{n} \tilde{\boldsymbol{x}}_{n-1} + \boldsymbol{D}_{n} \boldsymbol{d}_{n} \tag{41}$$

$$\tilde{\boldsymbol{P}}_{n}(x) = \boldsymbol{A}_{n}\tilde{\boldsymbol{P}}_{n-1}(x)\boldsymbol{A}_{n}^{T} + \boldsymbol{Q}_{n} \tag{42}$$

$$\tilde{\boldsymbol{K}}(x) = \tilde{\boldsymbol{P}}_{n}^{-}(x)\boldsymbol{H}_{n}^{T} \left[\boldsymbol{H}_{n}\tilde{\boldsymbol{P}}_{n}^{-}(x)\boldsymbol{H}_{n}^{T} + \boldsymbol{R}_{n}\right]^{-1}(43)$$

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_{n} = \tilde{\boldsymbol{x}}_{n}^{-} + \tilde{\boldsymbol{K}}(x) \left[\boldsymbol{y}_{n} - \boldsymbol{H}_{n} \tilde{\boldsymbol{x}}_{n}^{-} \right]$$
(44)

$$\tilde{\boldsymbol{P}}_{n}(x) = \left[\boldsymbol{I} - \tilde{\boldsymbol{K}}(x) \boldsymbol{H}_{n} \right] \tilde{\boldsymbol{P}}_{n}^{-}(x) \tag{45}$$

ここに、 \tilde{x}_n はバイアスを無視して推定した状態量ベクトルであり、 $\tilde{P}_n(x)$ はバイアスを無視して推定した \tilde{x}_n の分散共分散行列である.

次にバイアス β が既知である場合を想定する、バイアスが既知であると仮定した場合の状態ベクトルの事前推定値 \hat{X}_n と事後推定値 \hat{X}_n は、

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{n}^{-} = \boldsymbol{A}_{n} \hat{\boldsymbol{X}}_{n-1} + \boldsymbol{D}_{n} \boldsymbol{d}_{n} + \boldsymbol{B}_{n} \boldsymbol{\beta} \tag{46}$$

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{n} = \hat{\boldsymbol{X}}_{n}^{-} + \tilde{\boldsymbol{K}}(x) \left[\boldsymbol{y}_{n} - \boldsymbol{H}_{n} \hat{\boldsymbol{X}}_{n}^{-} - \boldsymbol{C}_{n} \boldsymbol{\beta} \right]$$
(47)

のように表される. バイアス項 β は既知の定数として扱うため,事前および事後の分散共分散行列とカルマンゲインは式(42),(45),(43)と同様である.

b) パラメタ U_n, V_n, S_n の定義と計算法

バイアスを無視した場合のフィルタリング前後の推定量 \tilde{x}_n^- , \tilde{x}_n と, バイアスが既知であると仮定した場合のフィルタリング前後の推定量 \hat{X}_n^- , \hat{X}_n との関係を,

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{n}^{-} = \tilde{\boldsymbol{x}}_{n}^{-} + \boldsymbol{U}_{n}\boldsymbol{\beta} \tag{48}$$

$$\hat{\boldsymbol{X}}_n = \tilde{\boldsymbol{x}}_n + \boldsymbol{V}_n \boldsymbol{\beta} \tag{49}$$

と仮定し、係数行列 U_n と V_n $(p \times p$ 次元) を求めることを考える.

 $\hat{\boldsymbol{X}}_n^-$ と $\tilde{\boldsymbol{x}}_n^-$ との関係は、式(41)、(46)、(48)、(49) から、

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{n}^{-} - \tilde{\boldsymbol{x}}_{n}^{-} = \boldsymbol{U}_{n}\boldsymbol{\beta}$$

$$= \boldsymbol{A}_{n} \left(\hat{\boldsymbol{X}}_{n-1} - \tilde{\boldsymbol{x}}_{n-1} \right) + \boldsymbol{B}_{n}\boldsymbol{\beta}$$

$$= (\boldsymbol{A}_{n}\boldsymbol{V}_{n-1} + \boldsymbol{B}_{n})\boldsymbol{\beta} \tag{50}$$

となるので, U_n と V_{n-1} との関係は,

$$\boldsymbol{U}_n = \boldsymbol{A}_n \boldsymbol{V}_{n-1} + \boldsymbol{B}_n \tag{51}$$

と表される.

同様に、 $\hat{\boldsymbol{X}}_n$ と $\tilde{\boldsymbol{x}}_n$ との関係は、式 (44)、(47)、(48)、(49) から、

$$\hat{\boldsymbol{X}}_{n} - \tilde{\boldsymbol{x}}_{n} = \boldsymbol{V}_{n}\boldsymbol{\beta}
= \hat{\boldsymbol{X}}_{n}^{-} - \tilde{\boldsymbol{x}}_{n}^{-} + \tilde{\boldsymbol{K}}(x) \left[-\boldsymbol{H}_{n}(\hat{\boldsymbol{X}}_{n}^{-} - \tilde{\boldsymbol{x}}_{n}^{-}) - \boldsymbol{C}_{n}\boldsymbol{\beta} \right]
= \left[\boldsymbol{U}_{n} - \tilde{\boldsymbol{K}}(x) \left(\boldsymbol{H}_{n}\boldsymbol{U}_{n} + \boldsymbol{C}_{n} \right) \right] \boldsymbol{\beta}$$
(52)

となる. いま $S_n(r \times p$ 次元) を,

$$S_n = H_n U_n + C_n \tag{53}$$

と定義すれば、 V_n と U_n との関係は、

$$\boldsymbol{V}_n = \boldsymbol{U}_n - \tilde{\boldsymbol{K}}(x)\boldsymbol{S}_n \tag{54}$$

となる. 式 (51), (53), (54) をみれば, V_{n-1} をもとに U_n , S_n , V_n を求める式になっており, この三つの式 を再帰的に解くことにより,式 (48), (49) における U_n と V_n を求めることができる.

c) β を推定するためのカルマンフィルタ

未知の定数項 β を逐次推定する方程式を以下に導出する. まず、 β の伝達方程式は、

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{n}^{-} = \hat{\boldsymbol{\beta}}_{n-1} \tag{55}$$

とする. $oldsymbol{eta}$ の観測方程式については、以下のように $oldsymbol{r}_n$ $(r \times 1 次元)$ を定義し、

$$r_{n} = y_{n} - H_{n}\tilde{x}_{n}^{-}$$

$$= y_{n} - H_{n} \left[\hat{X}_{n}^{-} - U_{n} \beta \right]$$
(56)

式 (56) の右辺第 1 項と第 2 項にそれぞれ $-C_n\beta$ と $C_n\beta$ を加えれば、

$$\boldsymbol{r}_{n} = \left(\boldsymbol{y}_{n} - \boldsymbol{H}_{n}\hat{\boldsymbol{X}}_{n}^{-} - \boldsymbol{C}_{n}\boldsymbol{\beta}\right) \tag{57}$$

$$+ \left(\boldsymbol{H}_n \boldsymbol{U}_n + \boldsymbol{C}_n \right) \boldsymbol{\beta} \tag{58}$$

$$= \mathbf{S}_n \boldsymbol{\beta} + \mathbf{v}_n \tag{59}$$

となるので、この式 (59) を β の観測方程式と見立てる. ここに、 \mathbf{v}_n は $(\mathbf{y}_n - \mathbf{H}_n \hat{\mathbf{X}}_n^\top - \mathbf{C}_n \boldsymbol{\beta})$ で定義する r 次元のベクトルであり、 \mathbf{v}_n の分散共分散行列は次のように表される.

$$E\{\boldsymbol{v}_n\boldsymbol{v}_n^T\} = \boldsymbol{H}_n\tilde{\boldsymbol{P}}_x^-(n)\boldsymbol{H}_n^T + \boldsymbol{R}_n \tag{60}$$

これより β を逐次推定するためのカルマンフィルタは次のようになる.

$$\boldsymbol{P}_{n}^{-}(\beta) = \boldsymbol{P}_{n-1}(\beta) \tag{61}$$

$$K(\beta) = P_n^-(\beta) S_n^T \times$$

$$\left[\boldsymbol{H}_{n}\tilde{\boldsymbol{P}}_{n}^{-}(x)\boldsymbol{H}_{n}^{T}+\boldsymbol{S}_{n}\boldsymbol{P}_{n}^{-}(\beta)\boldsymbol{S}_{n}^{T}+\boldsymbol{R}_{n}\right]^{-1} \quad (62)$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{n} = \hat{\boldsymbol{\beta}}_{n}^{-} + \boldsymbol{K}(\beta) \left[\boldsymbol{r}_{n} - \boldsymbol{S}_{n} \hat{\boldsymbol{\beta}}_{n}^{-} \right]$$
 (63)

$$\boldsymbol{P}_{n}(\beta) = \left[\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}(\beta)\boldsymbol{S}_{n}\right]\boldsymbol{P}_{n}^{-}(\beta) \tag{64}$$

上式の中で, $\tilde{P}_n^-(x)$ と r_n はバイアスを無視したカルマンフィルタで求めることができる.また, S_n は式 (51),(53),(54) で求めることができる.つまり,バイアスを無視したカルマンフィルタで \tilde{x} を推定し,バイアス推定のためのカルマンフィルタで β を推定し,それらの値を式 (48) と (49) に代入すれば,バイアスを補正した状態の事前推定値 \hat{x}_n^- と事後推定値 \hat{x}_n を得る.

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{n}^{-} = \tilde{\boldsymbol{x}}_{n}^{-} + \boldsymbol{U}_{n} \hat{\boldsymbol{\beta}}_{n}^{-} \tag{65}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}_n = \tilde{\boldsymbol{x}}_n + \boldsymbol{V}_n \hat{\boldsymbol{\beta}}_n \tag{66}$$

d) バイアス補正後の分散共分散行列

バイアス補正後の状態量ベクトルとバイアスベクトルの分散共分散行列は以下の式で計算できる 39).

$$\hat{\boldsymbol{P}}_{n}^{-}(x) = E\{(\hat{\boldsymbol{x}}_{n}^{-} - \boldsymbol{x}_{n})(\hat{\boldsymbol{x}}_{n}^{-} - \boldsymbol{x}_{n})^{T}\}$$

$$= \tilde{\boldsymbol{P}}_{n}^{-}(x) + \boldsymbol{U}_{n}\boldsymbol{P}_{n}^{-}(\beta)\boldsymbol{U}_{n}^{T}$$
(67)

$$\hat{\boldsymbol{P}}_n(x) = E\{(\hat{\boldsymbol{x}}_n - \boldsymbol{x}_n)(\hat{\boldsymbol{x}}_n - \boldsymbol{x}_n)\}$$

$$= \tilde{\boldsymbol{P}}_n(x) + \boldsymbol{V}_n \boldsymbol{P}_n(\beta) \boldsymbol{V}_n^T$$
(68)

以上をまとめると、分離カルマンフィルタは、式 (41) から (45) でバイアスを無視した推定量を求め、式 (55) から (64) でバイアスを推定し、式 (65) から (68) でバイアスを補正する一連のアルゴリズムであった. なお、分離カルマンフィルタの推定量は、適応カルマンフィルタによる推定量と理論的に一致することが Friedland³⁰⁾によって証明されている.

(4) バイアス補正カルマンフィルタ

分離カルマンフィルタは、行列の次元を拡大することなく、状態量と未知定数を順次推定できる。ただし、実際の問題で合理的な推定量を得るためには、P(x)や $P(\beta)$ の初期値を適切に設定する必要がある。これは、上述のアルゴリズムを工学的な問題に適用するうえで十分に留意すべき点である。

Dee and Da Silva³¹⁾は,推定結果が $P(\beta)$ の初期値に大きく依存するという分離カルマンフィルタの問題点を指摘したうえで,バイアスの分散共分散行列 $P(\beta)$ を P(x) から簡単な方法で求め,より安定したフィルタリングのアルゴリズムを提案している.そのアルゴリズムは,分離カルマンフィルタと同様に行列の次元を抑えて計算し,かつより少ない手順で状態量とバイアスを推定することができる.本論では,このアルゴリズムをバイアス補正カルマンフィルタとよび,分離カルマンフィルタの一連の式からバイアス補正カルマンフィルタを導出する.

a) バイアス b の定義

まず、ここからの議論で用いるバイアス $(p \times 1$ 次元) を、

$$\boldsymbol{b}_{n}^{-} \equiv E[\tilde{\boldsymbol{x}}_{n}^{-} - \boldsymbol{x}_{n}] \tag{69}$$

と定義する. b_n は x の推定量 \tilde{x} に含まれるバイアスであり、分離カルマンフィルタの説明で用いた β とは異なっていることに注意する. 式 (65) と (69) から b_n^- と β との間には、

$$\boldsymbol{b}_{n}^{-} \equiv E[\hat{\boldsymbol{x}}_{n}^{-} - \boldsymbol{x}_{n}] - E[\boldsymbol{U}_{n}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{n-1}] \tag{70}$$

$$= -\boldsymbol{U}_{n}\boldsymbol{\beta} \tag{71}$$

の関係があるので、フィルタリング前後のバイアス推 定量は、

$$\hat{\boldsymbol{b}}_{n}^{-} = -\boldsymbol{U}_{n}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{n}^{-} \tag{72}$$

$$\hat{\boldsymbol{b}}_n = -\boldsymbol{U}_n \hat{\boldsymbol{\beta}}_n \tag{73}$$

となる. また, バイアス推定量の分散共分散行列は,

$$\boldsymbol{P}_{n}^{-}(b) = \boldsymbol{U}_{n} \boldsymbol{P}_{n}^{-}(\beta) \boldsymbol{U}_{n}^{T} \tag{74}$$

$$\boldsymbol{P}_n(b) = \boldsymbol{U}_n \boldsymbol{P}_n(\beta) \boldsymbol{U}_n^T \tag{75}$$

となる.

b) 状態量とバイアスの更新

式 (53) と (54) から V_n は、

$$\boldsymbol{V}_n = \boldsymbol{U}_n - \tilde{\boldsymbol{K}}(x)[\boldsymbol{H}_n \boldsymbol{U}_n + \boldsymbol{C}_n] \tag{76}$$

となり、観測にはバイアスがないと仮定($C_n = 0$)すれば、

$$\boldsymbol{V}_n = [\boldsymbol{I} - \tilde{\boldsymbol{K}}(x)\boldsymbol{H}_n]\boldsymbol{U}_n \tag{77}$$

となる. この V_n を式 (66) に代入することで、バイアス補正後の状態量 \hat{x}_n の推定式を以下のように得ることができる.

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{n} = \tilde{\boldsymbol{x}}_{n} + \boldsymbol{V}_{n}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{n}$$

$$= \tilde{\boldsymbol{x}}_{n} + [\boldsymbol{I} - \tilde{\boldsymbol{K}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{H}_{n}]\boldsymbol{U}_{n}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{n}$$

$$= \tilde{\boldsymbol{x}}_{n} - [\boldsymbol{I} - \tilde{\boldsymbol{K}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{H}_{n}]\hat{\boldsymbol{b}}_{n}$$

$$= \tilde{\boldsymbol{x}}_{n}^{-} + \tilde{\boldsymbol{K}}(\boldsymbol{x})[\boldsymbol{y}_{n} - \boldsymbol{H}_{n}\tilde{\boldsymbol{x}}_{n}^{-}]$$

$$-[\boldsymbol{I} - \tilde{\boldsymbol{K}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{H}_{n}]\hat{\boldsymbol{b}}_{n}$$

$$= \tilde{\boldsymbol{x}}_{n}^{-} - \hat{\boldsymbol{b}}_{n}$$

$$+ \tilde{\boldsymbol{K}}(\boldsymbol{x})[\boldsymbol{y}_{n} - \boldsymbol{H}_{n}(\tilde{\boldsymbol{x}}_{n}^{-} - \hat{\boldsymbol{b}}_{n})]$$
(78)

ここで、 \tilde{x}_n^- はバイアス補正前の予測状態量である. 前述の分離カルマンフィルタでは \tilde{x}_n^- を式 (41) で求めた. つまり、バイアスを無視したカルマンフィルタを実行することにより \tilde{x}_{n-1} を求め、それを初期値として時刻 n の状態量を予測した. 一方、バイアス補正カルマンフィルタでは、 \tilde{x}_n^- を求める際に以下の式を用いる.

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_{n}^{-} = \boldsymbol{A}_{n} \hat{\boldsymbol{x}}_{n-1} + \boldsymbol{D}_{n} \boldsymbol{d}_{n} \tag{79}$$

これは、バイアス補正後の状態量 \hat{x}_{n-1} を初期値として、 \hat{x}_n^- を予測することを意味する。これにより、最新のバイアス推定量を状態量の伝達式にフィードバックするとともに、バイアスを無視したカルマンフィルタのアルゴリズムを省略できるので、分離カルマンフィルタに比べて計算の手順が少なくなる。

 \boldsymbol{b}_n を推定するためのカルマンゲイン $\boldsymbol{K}(b)$ は,式 (62)の両辺に $-\boldsymbol{U}_n$ を掛けて, $\boldsymbol{K}(b)$ を $\boldsymbol{U}_n\boldsymbol{K}(\beta)$ と定義すれば,

$$K(b) = P_n^-(b)H_n^T \times [H_n\tilde{P}_n^-(x)H_n + H_nP_n^-(b)H_n + R_n]^{-1}$$
(80)

として求めることができる. 同様に,式 (63) の両辺に $-U_n$ を掛けることで, $\hat{m{b}}_n$ の更新方程式は次のようになる.

$$\hat{\boldsymbol{b}}_n = \hat{\boldsymbol{b}}_n^- - \boldsymbol{K}(b)(\boldsymbol{y}_n - \boldsymbol{H}_n \tilde{\boldsymbol{x}}_n^- + \boldsymbol{H}_n \boldsymbol{b}_n^-) \quad (81)$$

以上がバイアス補正カルマンフィルタにおける,状態量 \hat{x}_n とバイアス \hat{b}_n の推定法である.

c) 状態量とバイアスの分散共分散行列

バイアスを補正した状態量の分散共分散行列は,式 (67) と (74) から,

$$\hat{\boldsymbol{P}}_{n}(x) = \tilde{\boldsymbol{P}}_{n}(x) + \boldsymbol{P}_{n}(b) \tag{82}$$

の関係がある. これは、バイアスを無視して推定した 状態量の分散共分散行列 $\tilde{\boldsymbol{P}}_n^-(x)$ に、バイアスの分散共 分散行列 $\boldsymbol{P}_n^-(b)$ を加えた値が、バイアス補正後の状態 量の分散共分散行列 $\hat{\boldsymbol{P}}_n^-(x)$ となることを意味する.

分離カルマンフィルタは、この $P_n^-(b)$ に相当するバイアスの分散共分散行列を逐次更新するアルゴリズムとなっているが、バイアス補正カルマンフィルタでは、 $P_n^-(b)$ が $P_n^-(x)$ と同じ空間構造で生ずると仮定し、式(83) を用いて $P_n^-(b)$ を簡単に推定する.

$$\boldsymbol{P}_{n}^{-}(b) = \gamma \hat{\boldsymbol{P}}_{n}^{-}(x) \tag{83}$$

$$\tilde{\boldsymbol{P}}_{n}(x) = (1 - \gamma)\hat{\boldsymbol{P}}_{n}(x) \tag{84}$$

ここで、 γ は $P_n^-(b)$ と $\tilde{P}_n^-(x)$ の割合を決めるスカラ量のパラメタであり 0 から 1 の値をとる。 γ が 1 に近ければ、バイアス推定のカルマンゲインが相対的に大きくなり、観測量と予測量との差の情報は主にバイアスの更新に用いることになる。一方、 γ が 0 に近ければ、状態量のカルマンゲインが相対的に大きくなり、観測量と予測量との差の情報は主に状態量の更新に用いることになる。なお、 γ が 0 のときはバイアスは更新されないので、バイアス補正カルマンフィルタの推定結果はバイアスを考慮しない通常のカルマンフィルタになる。

(5) バイアス補正カルマンフィルタのまとめ

以下にバイアス補正カルマンフィルタのアルゴリズムをまとめる.

• 状態量とバイアスの予測

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_{n}^{-} = \boldsymbol{A}_{n} \hat{\boldsymbol{x}}_{n-1} + \boldsymbol{D}_{n} \boldsymbol{d}_{n} \tag{85}$$

$$\hat{\boldsymbol{b}}_{n}^{-} = \hat{\boldsymbol{b}}_{n-1} \tag{86}$$

• 予測結果のバイアス補正

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{n}^{-} = \tilde{\boldsymbol{x}}_{n}^{-} - \hat{\boldsymbol{b}}_{n}^{-} \tag{87}$$

• 分散共分散行列の予測

$$\tilde{\boldsymbol{P}}_{n}^{-}(x) = \boldsymbol{A}_{n}\tilde{\boldsymbol{P}}_{n-1}(x)\boldsymbol{A}_{n}^{T} + \boldsymbol{Q}_{x}(n) \quad (88)$$

$$\hat{\boldsymbol{P}}_{n}(x) = \frac{1}{1 - \gamma} \tilde{\boldsymbol{P}}_{n}(x) \tag{89}$$

$$\boldsymbol{P}_{n}^{-}(b) = \frac{\gamma}{1-\gamma} \tilde{\boldsymbol{P}}_{n}^{-}(x) \tag{90}$$

バイアスの更新

$$K(b) = \mathbf{P}_{n}^{-}(b)\mathbf{H}_{n}^{T}[\mathbf{H}_{n}\mathbf{P}_{n}^{-}(b)\mathbf{H}_{n}^{T} + \mathbf{H}_{n}\tilde{\mathbf{P}}_{n}^{-}(x)\mathbf{H}_{n}^{T} + \mathbf{R}_{n}]^{-1}$$
(91)

$$\hat{\boldsymbol{b}}_{n} = \hat{\boldsymbol{b}}_{n}^{-} - \boldsymbol{K}_{b}[\boldsymbol{y}_{n} - \boldsymbol{H}_{n}(\tilde{\boldsymbol{x}}_{n}^{-} - \hat{\boldsymbol{b}}_{n}^{-})]$$
 (92)

• 状態量の更新

$$\tilde{\boldsymbol{K}}(x) = \tilde{\boldsymbol{P}}_{n}^{-}(x)\boldsymbol{H}_{n}^{T} \times [\boldsymbol{H}_{n}\tilde{\boldsymbol{P}}_{n}^{-}(x)\boldsymbol{H}_{n}^{T} + \boldsymbol{R}_{n}]^{-1} \qquad (93)$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{n} = (\tilde{\boldsymbol{x}}_{n}^{-} - \hat{\boldsymbol{b}}_{n})$$

$$+\tilde{\boldsymbol{K}}(x)[\boldsymbol{y}_n - \boldsymbol{H}_n(\tilde{\boldsymbol{x}}_n^- - \hat{\boldsymbol{b}}_n)]$$
 (94)

• 分散共分散行列の更新

$$\tilde{\boldsymbol{P}}_{n}(x) = [\boldsymbol{I} - \tilde{\boldsymbol{K}}(x)\boldsymbol{H}_{n}]\tilde{\boldsymbol{P}}_{n}^{-}(x) \tag{95}$$

5. 洪水予測のアルゴリズム

マスキンガムークンジ法による河道追跡計算に、バイアス補正カルマンフィルタを導入する。以下に、そのアルゴリズムを組み込んだ広域分布型流出予測システムによる流量予測の具体的な手順を述べる。現在時刻をnとし、時刻n-1のフィルタリング後の状態量が得られている状況を想定する。

Step 1 時刻 n-1 から n までの観測降雨を入手する.

Step 2 各部分流域に適用した分布型流出モデルを実行し、各河道区分への側方流入量 d_n を計算する.

Step 3 マスキンガムークンジモデルを実行し、時刻 n の河川流量 $\tilde{\boldsymbol{x}}_n^-$ を計算する.

Step 4 時刻 n-1 で求めたバイアス $\hat{\boldsymbol{b}}_{n-1} (= \hat{\boldsymbol{b}}_n^-)$ をもとに、状態量を補正する $(\hat{\boldsymbol{x}}_n^- = \tilde{\boldsymbol{x}}_n^- - \hat{\boldsymbol{b}}_n^-)$.

Step 5 状態量の分散共分散行列 $\tilde{\boldsymbol{P}}_n^-(x)$, $\hat{\boldsymbol{P}}_n^-(x)$ と, バイアスの分散共分散行列 $\boldsymbol{P}_n^-(b)$ を計算する.

Step 6 時刻 n の観測流量 y_n を入手する.

Step 7 式 (91) から式 (95) を実行し、バイアス、状態量、分散共分散行列を更新する.

Step 8 Step 2 で得た流出モデルの状態量と、Step 7 で更新した河道モデルの状態量を初期条件として、時刻 n+1 までの予測流量を計算を実行し、Step 6 で推定したバイアスをもとに予測結果を補正する.

Step 9 Step 7 で得たバイアス補正後の状態量を初期値として、n+2までの予測計算を実行し、同様に予測結果をバイアス補正する。この予測計算を必要とするリードタイムまで繰り返す。

6. 桂川流域への適用

(1) 対象流域と計算条件

バイアスカルマフィルタを導入した広域分布型流出予測システムを、桂川流域 (桂地点上流: 833 km²) に適用する. 計算対象期間の 1992 年と 1993 年当時は上流域に主要なダムが存在しないので、自然流況で予測性能を検証できる. また、図-3 に示すように、主河道に沿って複数の流量観測所が存在するので、流域下端でフィルタリングした効果の上流に及ぼす影響や、複数地点の流量を更新に用いた場合の効果などを分析できる. なお、広域分布型流出予測システムは桂川流域の河道網を 193 の河道区分に分割しており、バイアス補正カルマンフィルタの主な行列計算の次元は (193×193) になる.

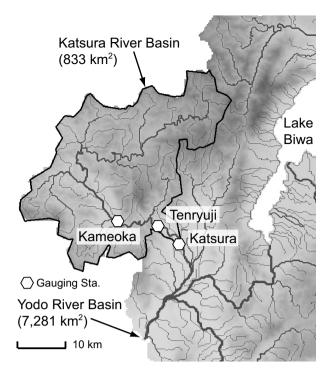


図-3 桂川流域 (833 km²) における流量観測所の位置

本論の適用例では、1992年8月18日0時から23日0時までの5日間の洪水イベント (1992年イベント、流域平均雨量: 140 mm)と、1993年8月14日0時から19日0時までの5日間の洪水イベント (1993年イベント、流域平均雨量: 175 mm)の二つを計算対象洪水とした。1992年イベントは一山洪水であり、1993年イベントは複数のピークが連続する洪水である。

入力降雨については、流域内 13ヶ所で観測された地上雨量 (時間分解能: 1 時間) を最近隣法で空間内挿したものを用いる. フィルタリング手法の性能を明らかにすることが本論の目的なので、降雨の予測が完全になされた状況を想定して、予測降雨についても実績降雨と同じ降雨分布を用いた.

状態量の更新に用いる河川流量は、特に断らない限り、桂地点一地点の観測流量 (時間分解能: 1 時間) とし、(2) b) で亀岡地点の流量をフィルタリングに用いた例を示す。

バイアス補正カルマンフィルタで加えるノイズについては、試行錯誤的に決定し、システムノイズの分散を $10 \ [\mathrm{m}^6/\mathrm{s}^2]$ 、観測ノイズの分散を $100 \ [\mathrm{m}^6/\mathrm{s}^2]$ とした、バイアスの分散共分散行列の大きさを規定するパラメタ γ はまず0.5 に設定し、その値を変更した場合の予測結果への影響を $(\mathbf{2})$ \mathbf{c}) で検討した。広域分布型流出予測システムのパラメタは既往の研究 5)で同定したパラメタと同じ値を用いた。

(2) 結果と考察

a) バイアス補正の効果

図-4に1992年の洪水イベントを対象にしてバイアス補正カルマンフィルタを適用した結果を示す.リードタイムをそれぞれ0,1,2,3時間として予測したときの桂地点の流量を示している.また,バイアス補正カルマンフィルタの結果(Bias filter)と比較するために,バイアスを考慮しない通常のカルマンフィルタ(Kalman filter)と,オフラインシミュレーション(Simulated)の結果を併せて示す.リードタイム0時間の予測,すなわちフィルタリング直後の解析結果を示すパネルには,推定した桂地点のバイアス(Bias)も併記している.

まず,フィルタリング直後の解析結果に着目すると, バイアス補正カルマンフィルタと通常のカルマンフィル タとの違いはほとんど見られず、いずれも観測流量に 近い値をとっていることがわかる. フィルタリングを実 行した後の河川流量は、システムノイズと観測ノイズ の大きさをいかにとるかに依存しており、この計算例 では解析結果が観測流量に近い値になっている. 推定 したバイアスの時系列は、概ねオフラインシミュレー ションと観測流量の差の時系列に類似している. バイ アスの大きさは、例えばピークに近い計算開始後40時 間の結果で見れば、バイアスが約70 m³/s、オフライ ン計算値と観測流量との差が約 $100 \text{ m}^3/\text{s}$ であるから, オフライン計算値と観測流量との差の約7割程度で推 移していることになる. また降雨終了後では、計算流 量と観測流量との差の時間的変化が小さいために、推 定されたバイアスの値も概ね同じ値で推移することが 分かる.

次に予測結果に着目する. リードタイムが 1 時間の場合,バイアスを考慮することによって,洪水の立ち上がり部や逓減部の予測が観測流量に近づく. また,ピーク直前もバイアスを考慮することによって予測結果が下方修正され,観測流量に近づいている.

予測のリードタイムが3時間の場合に着目すると,バイアスを考慮しない通常のカルマンフィルタの予測はオフラインシミュレーションの結果とほぼ一致し,フィルタリングの効果が見られないことがわかる.これは,観測情報をもとに河川流量を更新したとしても,3時間が経過すれば,河川の流量が斜面部の流出モデルに大きく依存するためである.それに対して,バイアス補正カルマンフィルタは流出モデルに起因するバイアスを逐次推定して,河川流量の予測を補正するので,リードタイムが3時間の場合でもフィルタリングの効果が現れる.

同様の傾向は図-5 に示した 1993 年イベントの結果 でも見られる. 特にオフラインシミュレーションの結果 が継続的に観測流量よりも大きくなっている計算開始か

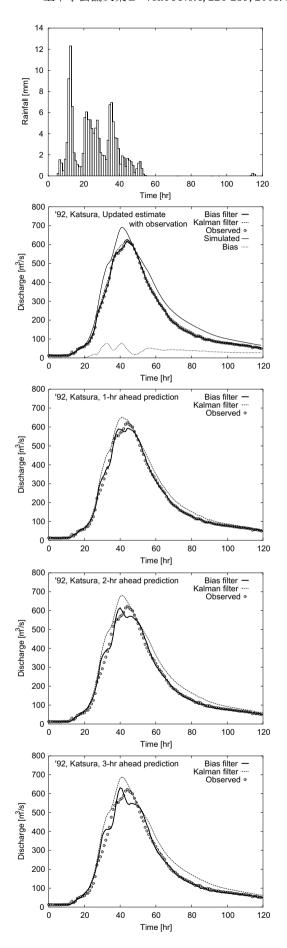


図-4 1992 年イベントを対象にしたフィルタリング後の流量 と予測流量 (リードタイム: 1-hr, 2-hr, 3-hr)

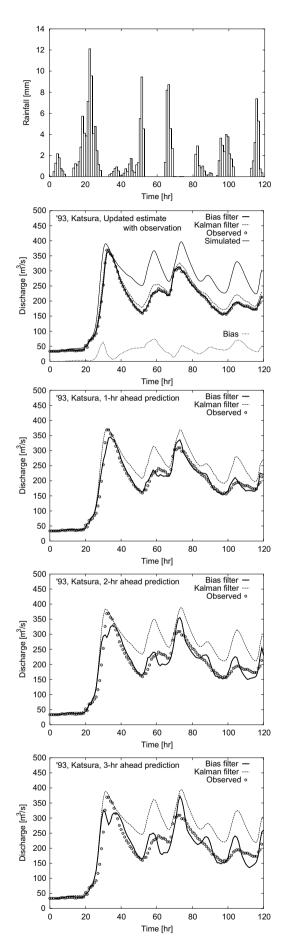


図-5 1993 年イベントを対象にしたフィルタリング後の流量 と予測流量 (リードタイム: 1-hr, 2-hr, 3-hr)

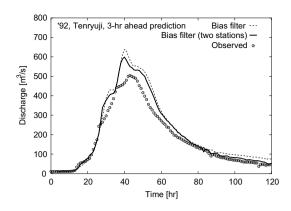


図-6 桂地点の流量のみをフィルタリングに用いた場合と、桂地点・亀岡地点の流量をフィルタリングに用いた場合の、天竜寺地点における3時間先の予測流量の比較

ら40時間後以降は、バイアスを考慮する効果がはっきりと現れる。ただし、30時間後のピーク前後では、洪水の立ち上がり部で推定したバイアスが正の値をとっているのに対し、ピーク時のオフラインシミュレーションが観測結果に近いので、予測結果を小さく見積もる結果になっている。

b) 上流地点におけるフィルタリングの効果

図-6 は、リードタイムを 3 時間とした場合の天竜寺地点における予測結果である. 桂地点の約 5 km 上流に天竜寺地点は位置する. 桂地点だけで流量を更新する場合と天竜寺から約 10 km 上流の亀岡地点でも流量を更新する場合について、バイアス補正カルマンフィルタによる予測結果を示している.

桂地点だけで流量を更新する場合にまず着目すると,バイアス補正カルマンフィルタの結果は**図**-4に示したオフラインシミュレーションのそれより観測流量に近づいていることが分かる.これは,下流桂地点で流出モデルのバイアスを検知したことが,上流地点の予測にも効果を及ぼすことを意味する.また,上流の亀岡地点にも観測情報がある場合には,さらに予測結果が向上する.

本論で行ったシミュレーションはフィルタリングの 検証を目的としているので、あえて用いる観測流量の 地点数を制限して計算した.しかし、洪水予測の実務 においては、可能な限り多地点の信頼できる観測流量 を用いてフィルタリングすればよい.フィルタリング の効果は流量観測が無い上下流地点にも及ぶので、従 来洪水予測の難しかった中小河川においても、バイア ス補正カルマンフィルタを導入した分布型流出モデル を用いることにより、確度の高い洪水予測を実現でき る可能性がある.

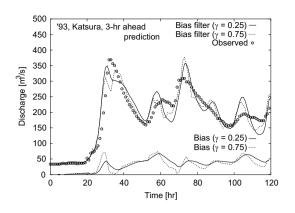


図-7 パラメタ γ による 3 時間先の予測流量とバイアス推定 の違い (桂地点, 1993 年イベント)

c) パラメタ γ の影響について

バイアス補正カルマンフィルタには、バイアスの分 散共分散行列の大きさを決める γ というパラメタがあ る. 4. (4) で前述の通り、 γ は観測量と予測量との差 をバイアスの補正に用いるか、状態量の補正に用いる かを決定するパラメタである. γが 0 に近ければ状態 量のカルマンゲインが、1 に近ければバイアスのカル マンゲインが大きくなる. 分布型流出モデルと河道モ デルの不確実性が定量的に明らかであれば、 γ の値を 理論的に決定することができると考えられる.しかし、 両者のモデルの不確実性評価に関する研究は現状では 発展途上にあり、上述のシミュレーションでは、分布型 流出モデルと河道モデルによる相対的な誤差が概ね同 じ大きさで出現することを仮定して γ の値を 0.5 に設 定することにした. ここでは、この γ の値を変えて予 測計算を行った場合に、それが予測結果に及ぼす影響 を考察する.

図-7は 1993 年の洪水を対象にしたリードタイム 3時間の予測結果である. γ を 0.25 と 0.75 に変えて計算している. γ が大きくなればバイアス推定量の分散共分散行列である P(b) が大きくなり、バイアスの推定値は予測と観測との差に応じてより鋭敏に変化することになる. 例えば、30 hr 付近のバイアス推定値に着目すると、流出ピークに達するまでは予測流量の方が観測流量より大きく、 $\gamma=0.75$ の場合は $\gamma=0.25$ の場合に比べてバイアス推定値が大きくなっている. その結果、流出ピークの付近では $\gamma=0.75$ の予測流量は観測流量に比べて小さくなっている. 一方、バイアスの出現傾向が安定する後半部では $\gamma=0.75$ の方が $\gamma=0.25$ に比べて予測流量が観測流量に近い. なお γ の予測流量に対する鋭敏性はそれほど大きなものではないことが図-7 の分析結果から確認できる.

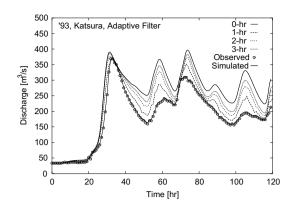


図-8 適応カルマンフィルタによる3時間先の予測流量(桂地点,1993年イベント)

d) 適応カルマンフィルタとの比較

バイアス補正カルマンフィルタは、4. に示したように、 適応カルマンフィルタから派生した方法であり, 両者 の予測結果の違いを比較しておく必要がある. 図-8は、 1993年の洪水イベントを対象に適応カルマンフィルタ による桂地点の予測結果を示している. 計算開始後30 時間後から40時間後に現れる洪水のピーク付近は、バ イアス補正カルマンフィルタのように過小評価をする こともなく, 適応カルマンフィルタの予測結果は良好 である. また, 図-4に示した通常のカルマンフィルタ (Kalman filter) に比べて、各リードタイムで適応カル マンフィルタの予測が観測流量と近づいている. つま り、未知定数をシステムに加えたことによる予測結果 の向上を確認できる. しかし, リードタイムが長くな るほど, 予測結果がオフラインシミュレーションの結 果に近づき、リードタイムが3時間の場合にはフィル タリングの効果が現れない. この傾向は, 通常のカル マンフィルタと同様である. 両者の手法の違いは, 主 に未知定数項 (バイアス項) の分散共分散行列の取り 扱いにあり、適応カルマンフィルタはそれを逐次更新 していくのに対し、バイアス補正カルマンフィルタで は状態量の分散共分散行列とバイアス項のそれが同じ 空間構造を持つと仮定して推定している. これにより バイアス補正カルマンフィルタでは行列計算の次元が 状態量の数以上に拡大することがないので、より大き な流域への展開にも適している.

7. おわりに

広域分布型流出予測システムの観測流量データ同化 手法として,河道網に適用したマスキンガムークンジ モデルのフィルタリング法を提案した.以下に,本論 で示した手法の概要と予測シミュレーションの結論を まとめる.

- (a) 計算安定化手法を導入したマスキンガムークンジ 法をもとに、空間分布する河川流量の時間推移を 行列形式で表現する方法を示した.
- (b) マスキンガムークンジ法によって推定する河川流量をフィルタリングの対象とした. また,流出モデルに起因するバイアスをシステム方程式に加えて,河川流量とともに推定すべき対象とした.
- (c) 状態量とともに未知定数を推定するフィルタリング法として、適応カルマンフィルタを示したうえで、その代替法として、行列の次元を拡大せずに状態量と未知定数を推定する分離カルマンフィルタの導出方法を示した。さらに、バイアスの推定問題に特化して、より計算効率を高めた方法として、バイアス補正カルマンフィルタの導出方法を説明した。
- (d) バイアス補正カルマンフィルタをマスキンガムークンジ法に適用して、桂川流域の洪水を予測した. その結果、通常のカルマンフィルタではフィルタリングの効果をほとんど発揮しない3時間先の予測についても、バイアス補正カルマンフィルタではその効果を発揮し、予測結果が全般的に観測流量に近づくことを示した.
- (e) 流量観測が得られない上流の地点においても,バイアス補正カルマンフィルタの方法では,フィルタリングの効果が及ぶことを明らかにした.ただし,観測地点から離れればその効果は小さくなるので,洪水予測の実務ではできるだけ多くの流量情報をフィルタリングに用いるべきである.提案した方法は,複数地点の流量観測情報を同じアルゴリズムで同化することができて,流量情報を増やすことによって予測結果が向上する事例を示した.

以上のように、本論で提案した方法は、流出モデルに起因する予測のバイアスを、カルマンフィルタのアルゴリズムで状態量とともに逐次推定し、予測結果の補正を行うものである。今後はこの手法を淀川全流域体に適用するとともに、稼働中のリアルタイム予測システムに導入する予定である。

謝辞:本研究は、科学研究費補助金・若手研究 (B) 18760373 (代表: 佐山敬洋)、および (財) 河川環境管理財団・河川整備基金助成事業の補助を得ました. ここに記して謝意を申し上げます.

参考文献

- 1) 国土交通省: 水害レポート 2004, 2005, http://www.mlit.go.jp/river/pamphlet_jirei/.
- 2) 宝 馨, 高棹琢馬, 椎葉充晴: 洪水流出の確率予測における実際的手法, 第 28 回水理講演会論文集, pp. 415 422. 1984.
- 3) 橋本識秀, 兪 朝夫, 星 清: 洪水流出予測における実

- 際的課題とその解決法, 水工学論文集, 第36巻, pp. 567 572, 1992.
- 4) (財) 北海道河川防災研究センター・研究所: 実践流出解 析ゼミ [講義テキスト編], 2006.
- 5) 佐山敬洋, 立川康人, 寶 馨, 市川 温: 広域分布型流出 予測システムの開発とダム群治水効果の評価, 土木学会 論文集, No. 803 / II - 73, pp. 13 - 27, 2005.
- 6) 立川康人,佐山敬洋,宝 馨,松浦秀起,山崎友也,山路 昭彦,道広有理:広域分布型物理水文モデルを用いた実 時間流出予測システムの開発と淀川流域への適用,自然 災害科学,2007.
- 7) 日野幹雄:水文流出系予測へのカルマン・フィルター理論の適用,土木学会論文報告集,第221号,pp. 39-47,1974
- Kalman, R. E.: A new approach to linear filtering and prediction problems, J. of Basic Engineering, Vol. 82, pp. 35 – 45, 1960.
- 9) Wood, E. F. and Szollosi-Nagy, A.: An adaptive algorithm for analyzing short-term structual and parameter changes in hydrologic prediction models, *Water Resour. Res.*, Vol. 14, No. 4, pp. 577 581, 1978.
- 10) Kitandis, P. K. and Bras, R. L.: Real-time forecasting with a conceptual hydrologic model 1. analysis of uncertainty, *Water Resour. Res.*, Vol. 16, No. 6, pp. 1025 1033, 1980.
- 11) O'Connell, P. E. and Clarke, R. T.: Adaptive hydrological forecasting a review, *Hydrol. Sci. Bull.*, Vol. 26, No. 2, pp. 179 205, 1981.
- Refsgaard, J. C.: Validation and intercomparison of different updating procedures for real-time forecasting, Nord. Hydro., Vol. 28, pp. 65 – 84, 1997.
- 13) 高棹琢馬,椎葉充晴:状態空間法による流出予測 kinematic wave 法を中心として -, 京都大学防災研究所年報,第 23 号, B-2, pp. 211-226, 1980.
- 14) 高棹琢馬, 椎葉充晴, 宝 馨:集中型流出モデルの構成と 流出予測手法,京都大学防災研究所年報,第 25 号, B-2, pp. 221 – 243, 1982.
- 15) 高棹琢馬, 椎葉充晴, 宝 馨: 貯留モデルによる実時間 流出予測に関する基礎的研究, 京都大学防災研究所年報, 第 25 号, B-2, pp. 245 - 267, 1982.
- 16) 高棹琢馬, 椎葉充晴, 宝 馨: 複合流域における洪水流 出の確率予測手法, 京都大学防災研究所年報, 第 26 号, B-2, pp. 181 – 196, 1983.
- 17) 立川康人, 椎葉充晴, 市川 温: 貯留関数法のモデルパラメータの不確定性を考慮した実用的な実時間予測手法, 水文・水資源学会誌, Vol. 10, No. 6, pp. 617 626, 1997.
- 18) Evansen, G.: Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics, *J. Geophys. Res.*, Vol. 99, pp. 10,143 10,162, 1994.
- 19) Moradkhani, H. M., Hsu, K. L., Gupta, H. and Sorooshian, S.: Uncertainty assessment of hydrologic model states and parameters: sequential data assimilation using the particle filter, *Water Resour. Res.*, Vol. 41, W05012, 2005.
- 20) Weerts, A. H. and El Serafy, G. Y. H.: Particle filtering and ensemble Kalman filtering for state updating with hydrological conceptual rainfall-runoff models, Water Resour. Res., Vol. 42, W09403, 2006.
- 21) Romanowicz, R. J., Young, P. C. and Beven, K. J. : Data assimilation and adaptive forecasting of water levels in the river Severn catchment, United Kingdom, *Water Resour. Res.*, Vol. 42, W06407, 2006.
- 22) Vrugt, J. A. and Robinson B. A.: Treatment of uncertainty using ensemble methods: comparison of se-

- quential data assimilation and Bayesian model averaging, Water Resour. Res., Vol. 43, W01411, 2007.
- 23) Kim, S., Tachikawa, Y. and Takara, K.: Applying a recursive update algorithm to a distributed hydrologic model, *J. of Hydrol. Eng.*, ASCE, Vol. 12, No. 3, pp. 336 344, 2007.
- 24) Lindstrom, G., Johansson, B., Persson, M., Gardelin, M. and Bergstrom, S.: Development and test of the distributed HBV-96 hydrological model, J. of Hydrol., Vol. 201, pp. 272 – 288, 1997.
- 25) Wohling, T. and Lennartz, F. and Zappa M.: Technical note: updating procedure for flood forecasting with conceptual HBV-type models, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, Vol. 10, pp. 783 788, 2006.
- 26) Seo, D. J., Koren, V. and Cajina, N.: Real-time assimilation of radar-based precipitation data and streamflow observations into a distributed hydrological model, *Proc. of symposium HS03 held during IUGG2003 at Sapporo, July 2003*, IAHS Publ., no. 282, pp. 138 – 142, 2003.
- 27) Fread, D. L. and Ming, J.: Real-time dynamic flood routing with NWS FLDWAV model using Kalman Filter updating, Engineering Hydrology: Proc. of the Symposium, San Francisco, July 1993, ASCE, pp. 946 – 951, 1993.
- 28) 藤田 暁, 大東秀光, 上坂 薫, 椎葉充晴, 立川康人, 市川温: 分布型流出モデルに基づくダム流入量実時間予測モデルについて, 水工学論文集, 第45巻, pp. 115 120, 2001.
- 29) Shiiba, M., Laurenson, X. and Tachikawa, Y.: Realtime stage and discharge estimation by a stochasticdynamic flood routing model, *Hydrol. Process.*, Vol. 14, pp. 481 – 495, 2000.

- 30) Friedland, B.: Treatment of bias in recursive filtering, IEEE Trans. on Auto. Contl., Vol. 14, No. 4, pp. 359 – 367, 1969.
- 31) Dee, D.P. and Da Silva, A.M.: Data assimilation in the precense of forecast bias, Q.J.R. Meteorol. Soc., Vol. 124, pp. 269 295, 1998.
- 32) 市川 温, 村上将道, 立川康人, 椎葉充晴: 流域地形の 新たな数理表現形式に基づく流域流出系シミュレーショ ンシステムの開発, 土木学会論文集, No. 691 / II - 57, pp. 42 – 52, 2001.
- 33) 立川康人, 永谷 言, 寶 馨: 飽和・不飽和流れの機構を 導入した流量流積関係式の開発, 水工学論文集, 第 48 巻, pp. 7 - 12, 2004.
- 34) Cunge, J.A.: On the subject of a flood propagation computation method (Muskingum Method), *J. of Hydraulic Res.*, Vol. 7, No. 2, pp. 205 230, 1969.
- 35) 陸 旻皎, 小池俊雄, 早川典生: Multi-step, Multi-reach Muskingum-Cunge 法を用いた分布型水文モデルの開発, 水文・水資源学会, Vol. 12, No. 5, pp. 384 – 390, 1999.
- 36) Jazwinski, A. H.: Stochastic Processes and Filtering Theory, Academic Press, New York, 1970.
- 37) Hsieh, C. and Chen, F. : Optimal solution of the two-stage Kalman estimator, *IEEE Trans. on Auto. Contl.*, Vol. 44, No. 1, pp. 194 199, 1999.
- 38) Ignagni, M.: Optimal and suboptimal separate-bias Kalman estimators for a stochastic bias, *IEEE Trans. on Auto. Contl.*, Vol. 45, No. 3, pp. 547 551, 2000.
- 39) Ignagni, M.: An alternate derivation and extension of Friedland's two-stage Kalman estimator, *IEEE Trans.* on Auto. Contl., Vol. 26, No. 3, pp. 746 – 750, 1981.

(2008. 2. 21 受付)

DATA ASSIMILATION OF A DISTRIBUTED RAINFALL-RUNOFF PREDICTION SYSTEM BY KALMAN FILTER WITH BIAS CORRECTION

Takahiro SAYAMA, Yasuto TACHIKAWA and Kaoru TAKARA

This study proposes a data assimilation method for a distributed rainfall-runoff prediction system. The system is composed by a rainfall-runoff model and a river routing model. Since it is computationally inefficient for updating all the model variables on the real-time basis, the proposed filtering method takes river discharges, which are simulated by Muskingum-Cunge method, as the state variables. It also sequentially estimates and collects prediction biases induced by the rainfall-runoff model. The application to the Katsura river basin shows that the filtering with bias estimation and correction improves the accuracy of flood predictions.