

ダム貯水池による流水制御過程を導入した 実時間分布型流出予測システムの開発

DEVELOPMENT OF A REAL-TIME DISTRIBUTED RAINFALL-RUNOFF
PREDICTION SYSTEM INCORPORATING DAM RESERVOIR OPERATION

福山 拓郎¹・立川 康人²・椎葉 充晴³・萬 和明⁴

Takuro FUKUYAMA, Yasuto TACHIKAWA, Michiharu SHIIBA and Kazuaki YOROZU

¹ 学生会員 学(工) 京都大学 修士課程 大学院工学研究科 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C1)

² 正会員 博(工) 京都大学 准教授 大学院工学研究科 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C1)

³ 正会員 工博 京都大学 教授 大学院工学研究科 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C1)

⁴ 正会員 博(工) 京都大学 助教 大学院工学研究科 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C1)

A real-time runoff prediction system using a distributed rainfall-runoff model incorporating dam reservoir operation is developed. The distributed runoff model is composed of sub-basin models, which consist of a distributed runoff model, a channel routing model using kinematic flow approximation, and a dam operation model. The dam model represents the flood operation with a function of inflow to a dam reservoir, outflow from a dam reservoir, and a dam reservoir storage. The function is approximated to a linear function using the statistical linearization method, then the dam operation is included into the state update vector equation. The application to the Katsura river basin successfully shows the filtering of state variables of the distributed prediction system.

Key Words: Dam reservoir operation, Kalman Filter, real-time prediction, distributed rainfall-runoff model

1. はじめに

電子計算機の演算能力の著しい向上と低廉化が進み、水系全体を対象としてダム貯水池による流水制御を考慮した一体的な分布型流出予測モデルが実現されるようになってきている。筆者らの研究グループでも淀川流域を対象とした分布型流出モデル¹⁾を開発し、その予測システムを実時間で稼働させて計算結果を実時間で確認することを可能としている²⁾。また、こうした分布型流出モデルにカルマンフィルタを導入して時々刻々、空間分布する状態量を推定するアルゴリズム開発を進めている^{3,4)}。

流出モデルにカルマンフィルタを組み合わせた実時間流出予測手法は実務にも応用され、その有用性が確認されている。これまでに開発されてきた実時間流出予測システムは、基本的に流水制御の影響が含まれない自然流域での流出予測を目的としており、ダム貯水池への流入量やダムの効果の小さな流域での河川流出の予測が対象とされてきた。この実時間予測システムをさらに発展させて、ダム制御を含む流域全体に展開することができれば、水系全体を一体として流出予測の対象とすることができる。また、流域内の観測施設が存在しない地点での予測も可能となり、減災のために極めて有効であると考えられる。

これを実現するためには、ダム操作を数理的に表現し、流出予測システムに数時間先のダム操作を予測する機構を組み込んで、貯水池に関する状態量を組み込

んだシステム方程式を構成すればよい。ダム地点の上下流で異なる流出システムを構成し、それらをダム貯水池を境界として連結することも考えられるが、ダム操作も流出予測システムを構成する一要素と考えて、その挙動を水系一体の状態変化を表すシステム方程式に組み込むことができれば、システム構成が容易になり、複数ダム相互の連携操作を導入した予測システムへも容易に発展させることができると考えられる。

ダム操作はいくつかの操作過程に分かれているため、その操作を数理的に表現した関数は独立変数との関係が条件によって区分されることになる。そのためテイラー展開を用いてその導関数の値を求めようとすると困難が生じることがある。そこで、本研究ではダム操作過程を状態によって場合分けした非線形関数を用いて表現し、次にそれを統計的線形化手法⁵⁾を用いて逐次線形化する。そして、線形化した関数を流域全体の状態量の時間更新を表現するシステム方程式に組み込み、実流域に適用して有効性を示す。

2. 貯水池操作を導入したシステム方程式

河道流追跡モデルとして、キネマティックウェーブモデルを採用し、基礎式を最新の推定流量の周りに逐次、線形化する方程式を基本的なシステム方程式とする。状態量は設定した河道区分下端での河川流量である。以下にキネマティックウェーブモデルの線形化手法とダム

制御を導入しない場合，導入する場合のシステム方程式の構成方法を示す．

(1) キネマティックウェーブモデルの逐次線形化⁶⁾

時間を t ，計算区間上端からの距離を x とし，流量を Q ，通水断面積を A ，単位幅あたりの側方流入量を q とすると，連続式および運動式は

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q, \quad Q = \alpha A^m \quad (1)$$

となる．運動式の α および m は河道区間ごとに一定の値を与え，洪水期間中は変化しないとして一定の値を与える．流れの伝播速度を $c = f(Q)$ とすると，

$$c = f(Q) = dQ/dA = m\alpha A^{m-1} = m\alpha^{1/m} Q^{(m-1)/m}$$

となり，連続式は

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + f(Q) \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - q \right) = 0 \quad (2)$$

と変形することができる．左辺の各項を空間的に $(1-X)$: X ，時間的に $1:1$ の重みを付けて差分近似すると

$$\frac{\partial Q}{\partial t} \approx X \frac{Q_{j-1}^i - Q_{j-1}^{i-1}}{\Delta t} + (1-X) \frac{Q_j^i - Q_j^{i-1}}{\Delta t} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & f(Q) \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - q \right) \\ & \approx \frac{1}{2} \left\{ f \left(\frac{Q_j^{i-1} + Q_{j-1}^{i-1}}{2} \right) \left(\frac{Q_j^{i-1} - Q_{j-1}^{i-1}}{\Delta x} - q_j^{i-1} \right) \right. \\ & \quad \left. + f \left(\frac{Q_j^i + Q_{j-1}^i}{2} \right) \left(\frac{Q_j^i - Q_{j-1}^i}{\Delta x} - q_j^i \right) \right\} \quad (4) \end{aligned}$$

が得られる．ここに， i は時間， j は空間を表す添え字である．ここで，(4) 式において，

$$g(Q_j^i) = f \left(\frac{Q_j^i + Q_{j-1}^i}{2} \right) \left(\frac{Q_j^i - Q_{j-1}^i}{\Delta x} - q_j^i \right)$$

とする．非線形関数 $g(Q_j^i)$ をあらかじめ既知な $Q_j^i = Q_0$ のまわりに，テイラー展開を用いて線形近似すると次式が得られる．

$$g(Q_j^i) \approx g(Q_0) + (Q_j^i - Q_0) g'(Q_0)$$

Q_0 は Q_j^i の近傍でなければならないので，

$$Q_0 = Q_{j-1}^i + \Delta x q_j^i$$

とすると，(2) 式は以下ようになる．

$$\begin{aligned} & X \frac{Q_{j-1}^i - Q_{j-1}^{i-1}}{\Delta t} + (1-X) \frac{Q_j^i - Q_j^{i-1}}{\Delta t} \\ & + \frac{1}{2} \left\{ f \left(\frac{Q_j^{i-1} + Q_{j-1}^{i-1}}{2} \right) \left(\frac{Q_j^{i-1} - Q_{j-1}^{i-1}}{\Delta x} - q_j^{i-1} \right) \right. \\ & \left. + (Q_j^i - Q_{j-1}^i - \Delta x q_j^i) f \left(\frac{Q_{j-1}^i + \frac{\Delta x q_j^i}{2}}{\Delta x} \right) \right\} = 0 \end{aligned}$$

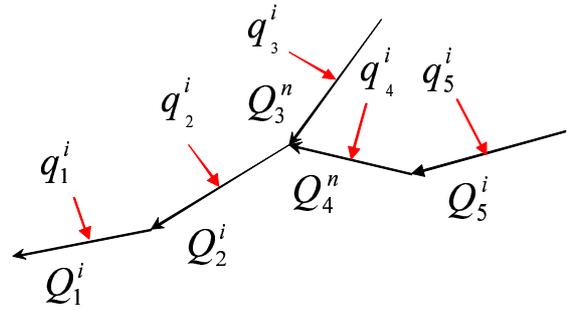


図-1 ダム貯水池を導入しない場合の河道網の例

ここで，上式において，

$$c^{i-1} = f \left(\frac{Q_j^{i-1} + Q_{j-1}^{i-1}}{2} \right), \quad c^i = f \left(Q_{j-1}^i + \frac{\Delta x q_j^i}{2} \right)$$

として， Q_j^i について整理すると，

$$Q_j^i = C^1 Q_{j-1}^i + C^2 Q_{j-1}^{i-1} + C^3 Q_j^{i-1} + C^4 q_j^i / 2 + C^5 q_j^{i-1} / 2 \quad (5)$$

が得られる．ここで係数 C^1 から C^5 は，

$$C^1 = \frac{-2X + c^i \Delta t / \Delta x}{2(1-X) + c^i \Delta t / \Delta x}, \quad C^2 = \frac{2X + c^{i-1} \Delta t / \Delta x}{2(1-X) + c^i \Delta t / \Delta x}$$

$$C^3 = \frac{2(1-X) - c^{i-1} \Delta t / \Delta x}{2(1-X) + c^i \Delta t / \Delta x}, \quad C^4 = \frac{2c^i \Delta t}{2(1-X) + c^i \Delta t / \Delta x}$$

$$C^5 = \frac{2c^{i-1} \Delta t}{2(1-X) + c^i \Delta t / \Delta x}$$

となる． X は無次元パラメタであり，

$$X = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{Q_0}{BcI\Delta x} \right)$$

とすることにより，数値拡散を物理的な拡散として扱うことができる．ここに， B : 河道幅， I : 河道勾配である．マスキングム-クンジ法との違いは，各係数 C^1 から C^5 における流れの伝播速度に，時刻 t_{i-1} と t_i で得られる伝播速度を用いていることである．

(2) ダム貯水池操作を考慮しない場合のシステム方程式

図-1 に示す 5 つの河道区分からなる河道網を例とし，それぞれの河道区分に前節で示したキネマティックウェーブモデルを適用すると，以下ようになる．

$$\begin{aligned} Q_1^i &= C_1^1 Q_2^i + C_1^2 Q_2^{i-1} + C_1^3 Q_1^{i-1} + d_1^{i,i-1} \\ Q_2^i &= C_2^1 (Q_3^i + Q_4^i) + C_2^2 (Q_3^{i-1} + Q_4^{i-1}) + C_2^3 Q_2^{i-1} + d_2^{i,i-1} \\ Q_3^i &= C_3^3 Q_3^{i-1} + d_3^{i,i-1} \\ Q_4^i &= C_4^1 Q_5^i + C_4^2 Q_5^{i-1} + C_4^3 Q_4^{i-1} + d_4^{i,i-1} \\ Q_5^i &= C_5^3 Q_5^{i-1} + d_5^{i,i-1} \end{aligned}$$

式の簡略化のため，側方流入量に関する項は j を河道区分番号としてまとめて $d_j^{i,i-1}$ と表し，各河道区分の係数は $C_j^m, m = 1, \dots, 3$ としている．上式を整理すると，

以下のように行列表示することができる．

$$\begin{bmatrix} 1 & -C_1^1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -C_2^1 & -C_2^1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -C_4^1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^i \\ Q_2^i \\ Q_3^i \\ Q_4^i \\ Q_5^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1^3 & C_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2^3 & C_2^2 & C_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & C_3^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_4^3 & C_4^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_5^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^{i-1} \\ Q_2^{i-1} \\ Q_3^{i-1} \\ Q_4^{i-1} \\ Q_5^{i-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1^{i,i-1} \\ d_2^{i,i-1} \\ d_3^{i,i-1} \\ d_4^{i,i-1} \\ d_5^{i,i-1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

(6) 式の左辺の係数行列を X_i ，右辺第一項，二項の係数行列をそれぞれ Y_i ， Z_i とし，時刻 t_i での状態量ベクトルを Q_i ，側方流入量によって定まる定数ベクトルを $d_{i,i-1}$ とすると，(6) 式は次式で表される．

$$X_i Q_i = Y_i Q_{i-1} + E d_{i,i-1}$$

(6) 式に示すように， Q_j^i を下流から上流に向かって順に並べれば，接続状況に関わらず X_i は上三角行列となるため，逆行列 X_i^{-1} を容易に求めることができる．その逆行列を両辺にかけた式を行列表示すれば，

$$Q_i = A_i Q_{i-1} + D_{i,i-1} \quad (7)$$

となる．ここで，

$$A_i = X_i^{-1} Y_i, \quad D_{i,i-1} = X_i^{-1} d_{i,i-1}$$

である．(7) 式がダム貯水池操作を考慮しない場合の状態量の時間推移式，すなわちシステム方程式である．

(3) ダム貯水池操作を導入したシステム方程式

次に図-2の河道区分を例として，ダム操作を導入したシステム方程式を示す．図-2では，河道区分1と2の間にダム貯水池が存在し， $Q_{in}^i = Q_2^i$ が時刻 i でのダム貯水池への流入量， V^i がダムの貯水量， Q_{out}^i がダム貯水池からの放流量を表す．ダム貯水池操作を導入する場合，状態ベクトル Q_i の成分は $[Q_1^i, Q_{out}^i, V^i, Q_2^i, Q_3^i, Q_4^i, Q_5^i]^T$ であり，各河道区分下端での流量に加えて，ダム貯水池からの放流量とダム貯水量が状態ベクトルに加わるため，2つの状態推移式を新たに追加する必要がある．

貯水量の連続式は

$$\frac{dV}{dt} = Q_{in}(t) - Q_{out}(t)$$

と表されるため，

$$\frac{V^i - V^{i-1}}{\Delta t} = \frac{Q_{in}^i + Q_{in}^{i-1}}{2} - \frac{Q_{out}^i + Q_{out}^{i-1}}{2}$$

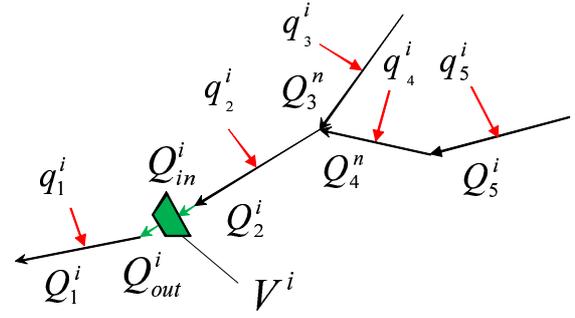


図-2 ダム貯水池を導入した場合の河道網の例

のように差分近似する．時刻 t に関する項を左辺に，時刻 $t-1$ に関する項を右辺に置くと，

$$V^i - \frac{\Delta t}{2} Q_{in}^i + \frac{\Delta t}{2} Q_{out}^i = V^{i-1} + \frac{\Delta t}{2} Q_{in}^{i-1} - \frac{\Delta t}{2} Q_{out}^{i-1} \quad (8)$$

が得られる．

ダム貯水池からの放流量は，一般的にダム貯水池への流入量，前時刻での放流量，貯水量によって定まる．そこで，ある非線形関数 g を用いて

$$Q_{out}^i = g(Q_{in}^i, Q_{out}^{i-1}, V^{i-1}, Q_{in}^{i-1}) \quad (9)$$

と表すことができるとする．次に，この関数を構成する変数の平均値を $\overline{Q_{in}^i}$ ， $\overline{Q_{out}^{i-1}}$ ， $\overline{V^{i-1}}$ ， $\overline{Q_{in}^{i-1}}$ として

$$Q_{out}^i \simeq B_i + G_i \begin{bmatrix} Q_{in}^i - \overline{Q_{in}^i} \\ Q_{out}^{i-1} - \overline{Q_{out}^{i-1}} \\ V^{i-1} - \overline{V^{i-1}} \\ Q_{in}^{i-1} - \overline{Q_{in}^{i-1}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

と線形化することができるとする． B_i はスカラー， G_i は 1×4 の行列であり，線形化によって定まる定数および係数行列である．(10) 式で

$$B_0^i = B_i - G_i [\overline{Q_{in}^i}, \overline{Q_{out}^{i-1}}, \overline{V^{i-1}}, \overline{Q_{in}^{i-1}}]^T$$

$$G_i = [g_1, g_2, g_3, g_4]_i$$

とすると，(10) 式は

$$Q_{out}^i - g_1 Q_{in}^i = g_2 Q_{out}^{i-1} + g_3 V^{i-1} + g_4 Q_{in}^{i-1} + B_0^i \quad (11)$$

となる．

(8) 式，(11) 式に加えて図-2の各河道区分で成立する流量の関係式を示すと以下ようになる．

$$\begin{aligned} Q_1^i &= C_1^1 Q_{out}^i + C_1^2 Q_{out}^{i-1} + C_1^3 Q_1^{i-1} + d_1^{i,i-1} \\ Q_2^i &= C_2^1 (Q_3^i + Q_4^i) + C_2^2 (Q_3^{i-1} + Q_4^{i-1}) + C_2^3 Q_2^{i-1} + d_2^{i,i-1} \\ Q_3^i &= C_3^3 Q_3^{i-1} + d_3^{i,i-1} \\ Q_4^i &= C_4^1 Q_5^i + C_4^2 Q_5^{i-1} + C_4^3 Q_4^{i-1} + d_4^{i,i-1} \\ Q_5^i &= C_5^3 Q_5^{i-1} + d_5^{i,i-1} \end{aligned} \quad (12)$$

(8) 式，(11) 式，(12) 式をまとめて行列表示すると以下

のようになる．

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 1 & -C_1^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -g_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta t/2 & 1 & -\Delta t/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -C_2^1 & -C_2^1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -C_4^1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^i \\ Q_{out}^i \\ V^i \\ Q_2^i \\ Q_3^i \\ Q_4^i \\ Q_5^i \end{bmatrix} \\
 = & \begin{bmatrix} C_1^3 & C_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_2 & g_3 & g_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\Delta t/2 & 1 & \Delta t/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_2^3 & C_2^2 & C_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_3^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_4^3 & C_4^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_5^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^{i-1} \\ Q_{out}^{i-1} \\ V^{i-1} \\ Q_2^{i-1} \\ Q_3^{i-1} \\ Q_4^{i-1} \\ Q_5^{i-1} \end{bmatrix} \\
 + & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1^{i,i-1} \\ B_0^i \\ 0 \\ d_2^{i,i-1} \\ d_3^{i,i-1} \\ d_4^{i,i-1} \\ d_5^{i,i-1} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

左辺の係数行列の逆行列を両辺に乗じると(7)式と同様のシステム方程式

$$Q_i = A_i Q_{i-1} + D_{i,i-1} \quad (13)$$

を得ることができる．ここで新たに導入したダム貯水池操作に関する非線形関数の定式化と線形化手法の具体的な適用例は3.に示す．

3. ダム放流量の定式化と統計的線形化手法を導入した放流量の関数表現

2.ではダム放流量が(9)式によって表現され、それが(10)式のように線形化できることを前提として、ダムを含む場合のシステム方程式を記述した．ここでは、5.での対象流域である桂川流域の日吉ダムを対象に、適用例を示す．日吉ダムは洪水時に一定量放流を行うダムであり、 Q_{flood} を洪水調節開始流量、 V_{target} を常時満水位あるいは制限水位におけるダム貯水量、 V_{irr} をただし書き操作開始水位におけるダム貯水量とすると、放流量は以下のように表現することができる．

$$\begin{aligned}
 Q_{out}^i &= g(Q_{in}^i, Q_{out}^{i-1}, V^{i-1}, Q_{in}^{i-1}) \\
 &= \begin{cases} (Q_{in}^{i-1} + Q_{in}^i)/2 & \text{(条件 1)} \\ Q_{flood} & \text{(条件 2)} \\ Q_{in}^i & \text{(条件 3)} \\ a(V^{i-1} - V_{target})/\Delta t & \text{(条件 4)} \\ \vdots & \vdots \end{cases} \quad (14)
 \end{aligned}$$

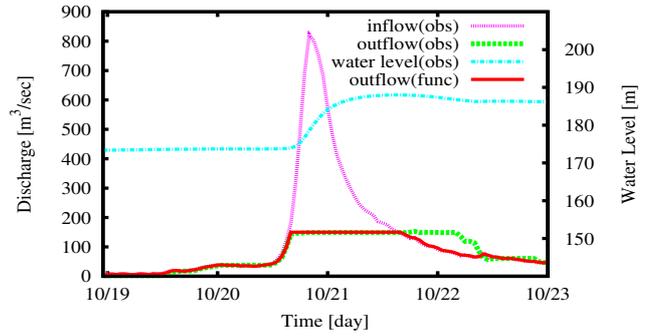


図-3 2004年10月台風23号の時の日吉ダム放流量の再現

実際にはより多くの場合分けを行い定式化しているが、代表的な4つの場合についてのみ記している．それぞれの条件は以下のである．

- 条件1: ダム流入量が増加しつつあって、かつ洪水調節開始流量より小さい場合．つまり $Q_{in}^i > Q_{in}^{i-1}$ かつ $Q_{in}^i < Q_{flood}$ の場合である．
- 条件2: ダム流入量が洪水調節開始流量を超え、かつただし書き操作水位における貯水量よりもダム貯水位が小さい場合．つまり $Q_{in}^i > Q_{flood}$ かつ $V^{i-1} < V_{irr}$ の場合である．
- 条件3: ダム流入量が洪水調節開始流量を超え、かつただし書き操作水位における貯水量にダム貯水位が達した場合．放流量を流入量と等しくし、水位を保つ操作を行っており、 $Q_{in}^i > Q_{flood}$ かつ $V^{i-1} \geq V_{irr}$ の場合である．
- 条件4: ダム流入量が洪水調節開始流量以下となって減少する場合．つまり $Q_{in}^i < Q_{flood}$ かつ $Q_{in}^i < Q_{in}^{i-1}$ かつ $V^{i-1} > V_{target}$ の場合である．なお、 a は計算タイムステップ間に $V^{i-1} - V_{target}$ の何割減らすかを決定する係数である．また、放流量は流入量より大きく、洪水調節開始流量よりも小さくならない．

図-3は、流入量と放流量、貯水量の観測データから、上記の関数を用いて2004年10月の台風23号の時の日吉ダムの放流量を再現した結果である．洪水カットの際の放流量が適切に再現されていることが分かる．

次に(14)式のように定式化した放流量の関数を(10)式のように線形化することを考える．

$x = [Q_{in}^i, Q_{out}^{i-1}, V^{i-1}, Q_{in}^{i-1}]^T$ を、平均値 \bar{x} 、分散共分散行列 P をもつ4次元確率ベクトルとすると、統計的線形化手法^{7,8)}より(10)式の B と G は

$$B = E\{g(x)\} \quad (15)$$

$$PG^T = E\{(x - \bar{x})g(x)\} \quad (16)$$

として求められる． $E\{\cdot\}$ は期待値の演算子を表す．(15)式、(16)式の期待値は、 \bar{x} 、 P を用いてエルミートガウス公式によって計算する．また、(16)式は P をUD分

解することによって対角行列と上三角行列を用いて表すことができるので、 G について容易に解くことができる。

4. カルマンフィルタを用いた実時間予測システムの構成

(1) 定式化

カルマンフィルタ理論で扱うシステム方程式は、2. の (13) 式にモデルの不確かさをあらわすシステムノイズ項 ξ_i を加えて、

$$Q_i = A_i Q_{i-1} + D_{i,i-1} + \xi_i \quad (17)$$

のように表す。対象流域の河道区分数を p とし、ダム貯水池がその中に一つ存在する場合、 Q_i 、 Q_{i-1} 、 $D_{i,i-1}$ 、 ξ_i は $p+2$ 個の要素を持つベクトルとなり、 A_i は $(p+2) \times (p+2)$ 次元の係数行列となる。一方、観測方程式は、 η_i を観測ノイズとして

$$Q_{i,obs} = H_i Q_i + \eta_i \quad (18)$$

のように表すことができる。観測更新に用いる観測量が r 個ある場合、観測ベクトル $Q_{i,obs}$ は $(r \times 1)$ の次元になる。また、 H_i は $r \times (p+2)$ 次元の係数行列となる。

(2) カルマンフィルタ理論の基礎式

カルマンフィルタ理論において状態量を予測し、更新する基礎式を以下に示す。なお、 P_{Q_i} は状態ベクトル Q_i の分散共分散行列である。

- 状態量と分散共分散行列の予測

$$\tilde{Q}_i^- = A_i \tilde{Q}_{i-1}^- + D_{i,i-1} \quad (19)$$

$$\tilde{P}_{Q_i}^- = A_i \tilde{P}_{Q_{i-1}}^- A_i^T + W_i \quad (20)$$

- 状態量と分散共分散行列の更新

$$\tilde{K}_i = \tilde{P}_{Q_i}^- H_i^T [H_i \tilde{P}_{Q_i}^- H_i^T + R_i]^{-1} \quad (21)$$

$$\tilde{Q}_i = \tilde{Q}_i^- + \tilde{K}_i [Q_{i,obs} - H_i \tilde{Q}_i^-] \quad (22)$$

$$\tilde{P}_{Q_i} = [E - \tilde{K}_i H_i] \tilde{P}_{Q_i}^- \quad (23)$$

‘~’ の記号は、推定量であることを表しており、 W_i 、 R_i はそれぞれ $(p+2) \times (p+2)$ 次元のシステムノイズと観測ノイズの分散共分散行列、 \tilde{K}_i は $(p+2) \times r$ 次元のカルマンゲインである。また、‘-’ の記号は、前時間ステップに更新された状態量から推定された状態量であることを意味している。

(3) 流出計算のアルゴリズム

以下に、ダム貯水池による流水制御過程を導入した流出予測システムにカルマンフィルタを適用した場合の流出計算のアルゴリズムを示す。現在時刻は t_i で、時刻 t_{i-1} のフィルタリング後の状態量 \tilde{Q}_{i-1} が得られている状況を想定する。

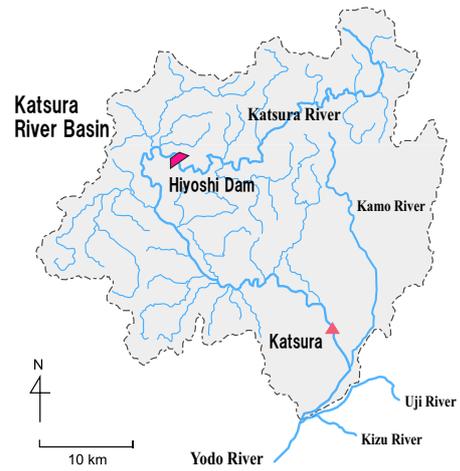


図-4 桂川流域の概要図

- 1) 時刻 t_{i-1} から t_i の間の現況雨量データを入力し、現在時刻 t_i までの現況流出計算を実行し、状態量 \tilde{Q}_i^- と $\tilde{P}_{Q_i}^-$ を得る。
- 2) (15) 式、(16) 式で $\bar{x} \equiv [\tilde{Q}_{in}^{i-}, \tilde{Q}_{out}^{i-}, \tilde{V}^{i-}, \tilde{Q}_{in}^{i-}]^T$ 、 $P \equiv E\{(x - \bar{x})(x - \bar{x})^T\}$ として統計的線形化を行い、 B_i と G_i を求め、システム方程式を得る。
- 3) 時刻 t_i の観測流量 $Q_{i,obs}$ を入手したら、カルマンフィルタにより更新計算を行い、 \tilde{Q}_i 、 \tilde{P}_{Q_i} を得る。
- 4) 更新された状態量 \tilde{Q}_i を初期値とし、1時間先までの予測降雨データを用い、 \tilde{Q}_{i+1}^- を求める。
- 5) 2時間先、3時間先の予測計算も同様にして求める。
- 6) 1時間時刻が経過し現在時刻が t_{i+1} になったら、一連の計算を同様に行い、予測流量を得る。

5. 桂川流域への適用

淀川流域のうち、桂川流域 (図-4) の桂地点上流域 (流域面積 833km²) を対象に、本手法を適用して流出予測計算を行った。計算対象洪水として、2004年10月19日から23日までの台風23号による洪水を用いた。

図-5 (a), (b) に、日吉ダムへの流入量、日吉ダムからの放流量のフィルタリングによる更新計算結果を示す。図には、桂地点の流量の観測値のみを更新計算に用いた場合と、桂地点の流量と日吉ダムの流入量、放流量の観測値を用いた場合の結果をそれぞれ示している。また、カルマンフィルタ理論を適用していないオフラインでのシミュレーション結果と観測値も併せて示している。なお、システムノイズ、観測ノイズの分散はともに 100[m⁶/s²] としている。図-5 より、日吉ダムの流入量と放流量の観測値を更新計算に用いることで、用いない時に比べて流入量と放流量の更新計算結果は観測値に近づき、フィルタリングのアルゴリズムが正常に動作していることを確認することができる。

次に、桂地点における流量の1時間先の予測計算結果を図-6に示す。予測システムの検証が主目的のため、

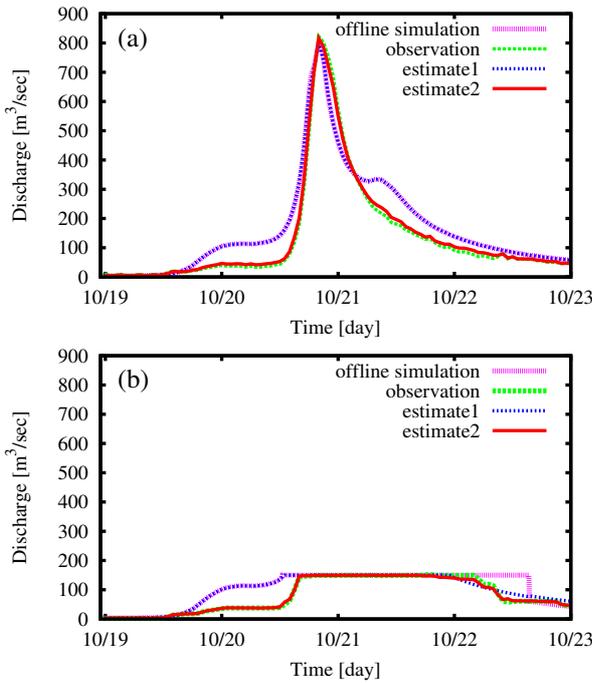


図-5 更新計算結果：(a) 日吉ダムへの流入量，(b) 日吉ダムからの放流量 (estimate1：更新計算に桂地点の流量の観測値のみを用いた場合，estimate2：桂地点の流量と日吉ダムの流入量，放流量の観測値を用いた場合)

入力となる予測降雨データとして観測降雨を与えている．1時間先の予測計算結果では，日吉ダムの流入量と放流量の観測値を更新計算に用いた場合も用いない場合も，フィルタリングの効果が薄れ，計算結果がオフラインでのシミュレーション結果に近づいている．しかし，ピーク前の期間では，用いた場合のほうが観測値に近づいていることがわかる．これは，更新計算に日吉ダムの流入量，放流量の観測値を用いることで，日吉ダムの流入量と放流量，および日吉ダムに近い河道の流量が更新され，予測計算における初期値がより適した値になるため，予測計算の精度が上がったと考えられる．なお，予測計算ではピーク流量を適切に予測することができていない．これは河川流量のみをフィルタリングの対象としているためであり，今後，斜面流出量もフィルタリングの対象とする必要がある．

6. 結論

本研究では，ダム貯水池を含む水系全体を対象とする実時間分布型流出予測システムを実現するために，ダム操作を陽に組み込んだシステム方程式を構成した．ダム放流量はダム貯水池への流入量，流出量，貯水量の関数として表現し，統計的線形化手法を用いて逐次線形化することによって，流域全体の状態量の時間更新を表現するシステム方程式を構成することが可能となった．また，桂川流域に適用することで実時間予測システムが適切に機能することを確認した．ここで新たに

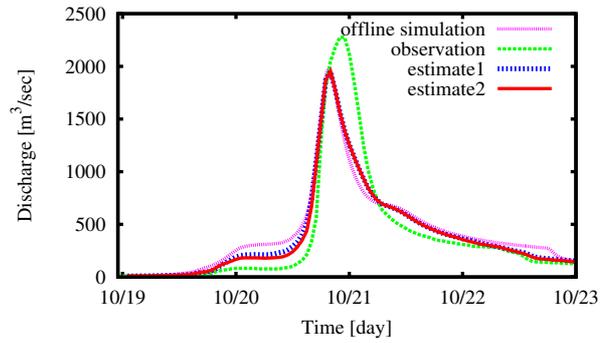


図-6 桂地点における流量の1時間先予測計算結果 (estimate1，estimate2は図-5と同様)

構成したシステム方程式は，ダム操作を流出予測システムを構成する一要素と考えて水系全体の状態変化を表すシステム方程式に組み込んでいるため，予測システムの実装はダム貯水池がない場合と同様であり，容易に実現することができる．また，複数ダムの相互の状態量の相関も自動的に算定されるため，適切な連携操作を考慮した予測システムへも発展させることができると考えられる．

謝辞：本研究を進めるにあたり，(財)河川環境管理財団の河川整備基金助成事業(平成19,20年度)による補助を得た．記して謝意を表す．

参考文献

- 1) 佐山敬洋, 立川康人, 實 馨, 市川温 : 広域分布型流出予測システムの開発とダム群治水効果の評価, 土木学会論文集, No. 803/II-73, pp. 13-27, 2005.
- 2) 立川康人, 佐山敬洋, 實 馨, 松浦秀起, 山崎友也, 山路昭彦, 道広有理: 広域分布型物理水文モデルを用いた実時間流出予測システムの開発と淀川流域への適用, 自然災害科学, Vol. 26, No. 2, pp. 189 - 201, 2007.
- 3) 藤田 暁, 大東 秀光, 上坂 薫, 椎葉 充晴, 立川 康人, 市川温: 分布型流出モデルに基づくダム流入量実時間予測モデルについて, 水工学論文集, 第45巻, pp. 115-120, 2001.
- 4) 佐山敬洋, 立川康人, 實 馨: バイアス補正カルマンフィルタによる広域分布型流出予測システムのデータ同化, 土木学会論文集 B, Vol. 64, No. 4, pp. 226-239, 2008.
- 5) 高棹琢馬, 椎葉充晴, 富澤直樹, 統計的二次近似理論を適用した流出予測システムの構成, 京都大学 防災研究所年報, 第27号 B-2, pp. 255-273, 1984.
- 6) 立川康人, 福山拓郎, 椎葉充晴, 市川 温: バイアス補正カルマンフィルタを用いた実時間分布型流出予測システムの改良, 河川技術論文集, 15, pp. 383-388, 2009.
- 7) Gelb, A. (ed): Applied optimal estimation, MIT Press, Cambridge, 1974.
- 8) 高棹琢馬, 椎葉充晴: 洪水流出予測の基礎理論とサブルーチンパッケージ, 科学研究費(試験研究(2))研究成果報告書「洪水の短時間予知手法とその実際化に関する研究」, pp. 5-93, 1984.

(2009.9.30 受付)