

# 流 出 機 構

京 都 大 学 工 学 部 高 棹 琢 馬

## ま え が き

雨水の流出機構の研究目的は、流出過程に内在する物理的な内部機構の分析と総合によって、河川流域内の場所的、時間的な流出形態を量的に決定または推定することであって、これが表流水源の開発、保全あるいは制御計画の科学的基盤をなすことはいうまでもない。ところで、流出の機構と解析法に関する研究論文は、1930年代以降おびただしいものにはほるが、それらが生き生きとした一つの科学体系の発展する姿を示してきたであろうか。さらにまた、今日の複雑で多様な水問題の要請に応えうる姿をなしているであろうか。現在は、こうした深刻な反省と新たな理念や方法論の展開をめぐる水文学史上の転換期ないしは模索の時期にあるといえよう。

したがって、ここで流出過程について統一的な見解を述べようとする企ては、まずほとんど克服しがたいほどの困難をひきおこしそうである。ただ、はっきりいえることは、今日の流出理論の基本的なあり方が、“より一般的な条件と、より精密な結論”を目指して、主観から客観へ、個別的経験から普遍化への道を歩みはじめたということである。

本論は、流出機構を明確にすることの工学的意義や最近の動向を考慮しながら、筆者がその一員として関係してきた流出機構に関する研究の概念的フレーム・ワークと手法を述べたものである。なお、本論では、蒸発散の機構、地下水流出機構、融雪機構についてはとくにふれない。また市街地および内水流出は対象とせず、河川流出を中心として述べる。

## 第 1 章 流出過程とその統一化への接近

### 1-1 流出解析法とその進展

近代水文学は、1930年代の独創的な研究者であり、また水文学の分野と発展方向を明確にとらえていたHortonに始まったといつてよい。Hortonは、水文学が地球表面付近の雨水の挙動全般を対象とすべき学問体系であることを指摘し、さらに水文循環(Hydrologic cycle)の概念を明示して(1931年)<sup>1)</sup>、その後の水文学の研究の進展をうながしたのである。加えて、1930年代初期に始まった米国のT.V.Aの事業は、水循環のもっとも重要な過程の一つである流出現象について、数多くの研究成果を生みだした。河川技術者であったShermanが流出解析の手法として単位図法を提案したのもこの時期(1932年)である。<sup>2)</sup> こうした事情をもって1930年代を、近代水文学の誕生期というのであり、当時の研究論文をみても生き生きとして誕生期にふさわしいものが多い。

しかし、筆者の見解によれば、1940年代以降1950年代後期までは、流出現象の研究について方法論的には本質的な進展がみられなかったように思う。この時期は、1930年代の遺産、とくに浸透能と単位図法をめぐる経験の蓄積と検討の時期であり、応用水文学の名のもとにもっぱら既成の方法の適用の時期であった。もともと、流出解析の代表的な方法である Sherman の単位図法は、今日の言葉でいえば降雨と流量の対応を線型機構をもつブラック・ボックスと仮定しているのであり、流出の現実の機構についてはなにも述べていなかったのである。このことが、やがて流出解析の接近方法について二つの分極を生み出すことになる。一つは、流出現象をできるだけ完全な形で理解しようという動きであって、流出過程に内在する雨水の諸機構とその相互関係の追求によって普遍的な解析法を得ようとするものであり、一つは、現実の水工問題に対処する必要上、既成の概念と経験をもとにして実用的な解析法なり経験式を得ようとする動きであった。1940年代から1960年にいたる時期は、後者が前者を圧倒していた時期であり、それは次第に“力まかせ”の手法が、流出解析の接近方法として当然であるかのような傾向を大きくしていったのである。そこには、科学として要求される現象の分析と総合、個別的経験から普遍化への努力の欠除がみられるといった誤解であろうか。こうした記述は、この時期の動向を極めて概括的にいっているのはもちろんであって、優れた成果の少なくないことを断わっておく必要がある。

1950年の後半、とくに1960年前後を境として、新たな動きがみられるようになった。それは、いわば現象の思い切った数学的定式化（あるいは数式的モデル化）への志向であり、そこには複雑な流出過程の内容に即して、もっとも本質的で基本的な一般法則を抽出しようとする志向がある。こうした事情を背景にして1964年に、まず Parametric Hydrology Group (P.H.G) が、ついで1965年に Stochastic Hydrology Group (S.H.G) の二つの国際的研究グループが誕生した。この二つの研究グループの目的とするところは、P.H.G が流出現象を物理的な変換システムとして分析・総合し、降水と流量間に普遍的な数学的モデルを確立しようとするものであり、S.H.G も、ほぼ同様の目的であるが、水文事象の統計的側面に重点をおこうというのであって、両者に本質的な差異はないものと考えてよい。ともあれ、この二つの研究グループの組織趣旨をみれば、従来の“記述的”な水文学的方法によっては、現在から将来にわたってますます深刻化するであろう水問題の科学的方策をたて得ないこと、したがって、あたらしい理念にもとづいた普遍的な計量的解析方法、すなわち、現象に適応した数学的手法の必要性を強調している点では同様である。

このような状況のもとで、本年9月、米国のフォート・コリンズで“水文学に関するあたらしい理念と方法に関するシンポジウム”が開かれることになった。このシンポジウムの目的は、

- 1) 水理学と水文学における研究活動の橋わたしの方法を検討すること。
- 2) 水文学におけるあたらしい科学的発想とあたらしい研究の方法論を鼓吹すること。

であり、とくに、あたらしい発想と方法論を強調していることは、今日までの水文学的研究への反省と今後の展望を求めていることを意味している。

このように、水循環の基本的な過程である流出現象の解析方法においては、最近大きな変革が起こりつつある。これは、また、概念的にも用語の面でも論争と混乱を生みだしており、さらに法則性の強調による普遍性への志向と現実の個々の水問題にかかわる特殊性との関連については一層大きな問題が残るであろう。しかし、こうした混乱と模索の時期は、いずれは通過せざるを得なかったものであり、最近の数理科学の発展と電子計算機使用の日常化をみれば、以外に早くこの混乱の

時期は終り、整然とした科学体系としての流出現象の解析方法の確立が期待できるのではなからうか。

## 1-2 流出過程

### A 流出過程

流出過程とは、降水が流域下流端に流量となって現われるまでの水文事象を総括していう。

流下経路（あるいは流れの機構）によって分類すれば、流出は地表面流、中間流、地下水流および河道流によって構成されている、地表面流は、山腹表面上の雨水流であり、中間流は、山腹表土層内の山腹こう配に沿っての流れであって、いずれも対象地点までの河道に流入して、河道流となる。地下水流は、地下帯内の流れであり、一部は対象地点までの河道流となるが、一部は対象地点下流の河道に現われるか、あるいは他流域に流れ去る。河道流は、上の三つの流れが河谷ないしは河道に流入して形成される流れである。

流出解析の実際目的によって、全流出を直接流出分と基底流出分の二つに分けることが普通である。前者は、地表面流と中間流を合わせたもので、短期間の急激な流出、たとえば豪雨による洪水または融雪洪水を対象とする。後者は、地下水流出分が主成分であり、長期間のかんまんな流出、いわゆる低水流出を対象とする。しかし、こうした分類は、主として洪水流出解析から生じたもので、流出過程全般を対象とする場合必ずしも適切ではない。

流出過程を水流の面からみた場合その主要素は、降水特性と流域特性、および上記の流水機構であるが、樹葉による降雨遮断、浸透および蒸発散の重要性を忘れてはならない。これらの現象は、降水と流れ（遮断、浸透）、違った流れ間（浸透）、あるいは流出の量（蒸発散）に強く影響する。

### B 流出のサイクル

流出のサイクルの概念は、Hoyt が提案した<sup>3)</sup>もので、流出現象には降水条件に応じて五つの状態（phase）が現われ、それらを含めて流出の1サイクルとよび、これが循環的に生起するものとして流出現象を規定している。この概念は、その後さして注目されていないが、前節に述べた二つの研究グループの方向、すなわち決定論的と確率論的の取り扱いを結びつけるものとして再認識すべきものと思う。

Hoyt の記述の不要な面を取り払い少し修正して流出のサイクルを定義すればつぎのようである。

流出の1サイクルの時間長は、時間軸で隣り合った二つの直接流出分の終了時の時間間かくとする（図-1）。したがって、流出の1サイクルには、流出現象のすべて（ただし、地表面流出は現われなくてもよい）の要素が関係し、かつ一コの直接流出分を含む。

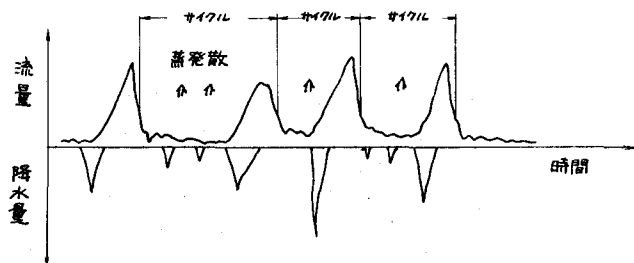


図-1 流出のサイクル

このように定義すれば、洪水流出の解析は、流出の1サイクルを対象とするものであり（各サ

イクル内の直接流出は定義によって独立)、長期間流出の解析は、対象とする期間内の1コ以上のサイクルの物理的特性と統計的性状を対象とするものといえることができる。このサイクルの概念は、5章で用いられるであろう。

### 1-3 流出のシステムとモデル

流出のシステムという場合、それはある確かな物理法則または統計法則にしたがり同質の部分システムの順序づけられた集合を意味する。あるいは、単に相互に関連のある要素(システム・パラメータ)または部分システムの集合体という場合もある。

したがって、流出のシステムの特徴を統一的かつ量的に把握するためには、全システムを構成する法則のちがった部分システムの分類と選択、ついで各部分システムの機構と相互関係を明確にして、全システムの組織的表現をおこなうことが必要である。

図-2は、流出のシステムのブロック線図であって、降水から流量までの雨水の道すじ、すなわち各部分システムの相互関係を図式化したものである。□は、部分システム、○は、入力または出力、→は、入力または出力の方向を示したものである。

システムを特徴づける主要な物理量としては、

- i) 入力…… システムに作用する外的起因(たとえば、降水)
- ii) 出力…… システムに作用した一つまたはそれ以上の入力によって生ずる結果(たとえば、流量)
- iii) システム・パラメータ…… システムの動特性を支配するパラメータ(たとえば、こう配、あるいは流出の遅延指数)の三つである。また、全システムを考えたとき、出力は→方向の部分システムへの入力になるし、その逆も起こりうる。

流出システムを明確にするためには、広範囲な研究が必要であるが、大別して、

- i) 現象の観測、
- ii) システムを表現する数式モデルの設立といえることができる。

この二つの状況は密接な関連があるもので、

現象の観測といっても、何をどのような基準で観測するかは、モデルから要求されるものであり、また数式モデルは現象の観測が基本であることはいうまでもない。この両者が、たがいにフィードバック的に関連しているという認識こそが、流出のシステムを正確に理解していくための一つの道である。

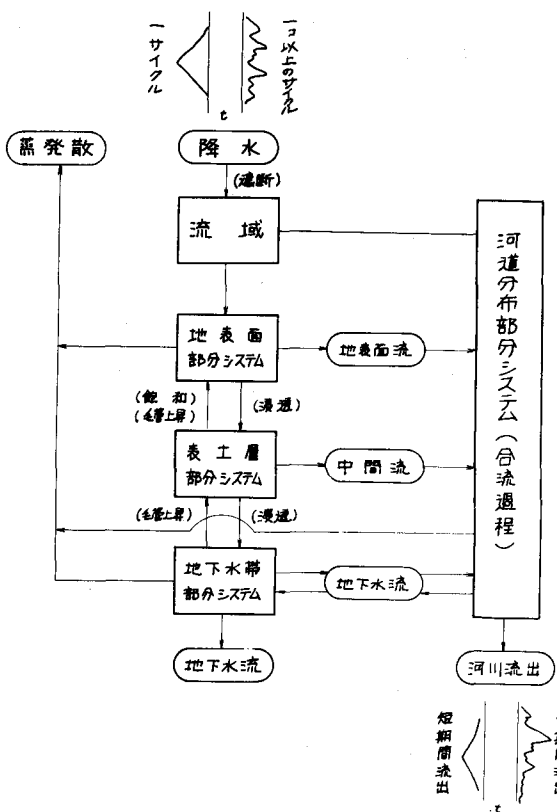


図-2 流出システムのブロック線図

もちろん、目的と状況に応じてシステム・モデルは異なるから、システム解析への多くの接近方法があることは当然である。

以下では、最近のシステム・モデルについて簡単に述べ、筆者の見解を説明しよう。

#### A 流出のシステム・モデル —その1—

流出のシステム・モデルとは、流出過程のあらゆる変化、あらゆる運動、あらゆる因果関係の背後に直接にはみえないブラックボックスの特性を抽象するという思考にたつものである。システム・モデル(あるいは数式モデル)の目的はつぎのようである。第1の目的は、流出現象のような大規模で複雑な物理的システムの性状と挙動を定性的に把握することである。それは、現在のわれわれの知識と流出システムが対象とする実際的な水問題の目的に応じて、モデルの精度と判断に多くの水準があるからである。第2の目的は、目的別に限定された特定のシステムの定量的研究である。そのためには、水工目的に適応するシステムの表現(たとえば、十分な知識と情報または資料がなくても)が必要である。第3は、モデルの解析方法である。

システム・モデルに要求される基本的な条件は、固定的でなく柔軟であること、および個別的でなく普遍的であることの二つである。また、モデル作成にあたっておちいる危険は二つあって、一つはあまりに多くのパラメータを入れることによって現実性を失なうこと、いま一つは、単純化の程度がすぎることである。この二つの危険は、いずれも流出システムの不十分な理解にもとづく。

このような前提をおき、かつ前述のシステムの概念にたつて、現存する流出のシステム・モデルを分類してみよう。なお、下記の諸モデルは、短期、長期を問わず流出過程全般を一応対象とし、また図-2に示した流出のシステムを多かれ少なかれ前提としたものに限ることとする。

さて、現在のモデルは大別して、解析的モデルとパラメトリックモデルに分類できよう。解析的モデルは、システムの純数学的表現であつて、線形システムの理論と非線形システムの理論にわけることができる。

##### a. 線形システム理論 (Nash<sup>4)</sup>, Dooge<sup>5)</sup>, Eaglson<sup>6)</sup>)

流出のシステムを線形時間不変と仮定して (Shermanの単位図法の仮定と同等)、降水と流量の対応を、インパルス応答 (Nash, Dooge) または周波数応答 (Eaglson) で表現する。このようなモデルは、線形時間不変システムに関する数学理論は確立されているから、表現としてはもっともきれいだ。ただし、現実のシステムは非線形要素をもち、また必ずしも時間不変でもない。したがって、線型時間不変の仮定が近似的に成り立たないときには実際の意味を失なう。

##### b. 非線形システム理論 (Amorocho<sup>7)</sup>, Jacoby<sup>8)</sup>)

Wienerの非線形解析理論を用いたもので、システムは非線形積分方程式で表現し、非線形核を直交はん関数に展開したものである。これは、Doogeらの線形理論の拡張ともいえ、理論的には現実のシステムに近い。ただ、現在のところ実際的な流出解析法へもっていくことは極めて困難のようである。

##### c. パラメトリックモデルまたはパラメータ最適化法 (Crawford and Linsley, O'Donnell<sup>10)</sup>)

まず、システムの1次的または概括的モデル (over-all model) を、いくつかのシステム・パラメータをあらかじめ組み入れてつくる。ついで、計算機によって実際の流量記録と計

算結果がある許容限界内で適合するまでくり返し計算をおこない、システム・パラメータの値を決定するという方法である。これは、部分システムの機構やその相互関係を十分に知る必要がないため現実的で有力な方法の一つといえる。しかし、本質的な欠点として流出システムの物理的法則を知ることができないし、またあなからじめ選択するパラメータの意義や数に問題があり、さらに多量の実測資料を必要とする、なお、この方法の類似のものとしてEdson<sup>11)</sup>その他の流出関数法、菅原のタンク・モデル法<sup>12)</sup>木村の貯留関数法<sup>13)</sup>などがあげられよう。

以上が、流出機構や、システム・パラメータを考慮した今日のシステム・モデルの概要である。なお、長期間流出を対象とする統計モデルについては5章で述べる。

### C 流出のシステム・モデル —その2—

ここでは、筆者らのモデル作成の基本的な考え方を述べ、具体的なモデルについては5章で説明する。

まず、システム・モデルの作成はつぎのようであればならない。

- I) 流出システムの主要な物理的特徴が組み込まれている必要がある。さらにいえば、全システムを構成する部分システムの機構とその相互関係を定式化しなければならない。これが、システム・モデルの骨格をなす。
- II) つぎに、水工目的によって、つぎの点が考慮されるべきである。それは、評価基準、基準面積、基準時間さらに鋭敏性の尺度をはっきりと定めることである。評価基準とは、モデルの解と実測記録の適合性の基準である。基準面積とは、入力と流出現象の場である流域の分布パラメータをどのようにまとめるかという問題である。基準時間とは、降水および流量系列の単位時間をどのようにとるかという問題である。さらにここでいう鋭敏性の尺度とは、降水から流量への変換におよぼす流域パラメータ（面積、こう配、粗度など）の影響の度合、および各河川流域の降水と流量対応の緩急の度合である。

これらの基準や尺度は、単に研究者の興味にかかわるものではなく、流出のシステム・モデルが普遍的であるためにもつべき必要条件である。たとえば、評価基準がない場合、あるモデルによって流出解析をおこない結果が良かったとか悪かったとかいっても、その基準は何によっているのであろうか。

以上の基準や尺度は、今日の流出モデルはまず備えていないといってよいし、これはまた、流出の部分システムの機構とその相互関係を追求しなければ定立させえない問題である。

こうした一般的見通しをたてておいて、第2章では、流出現象の場である河域地形の特性、第3章では、各部分システムの機構、第4章では、部分システム間の相互関係について述べ、第5章では目的別のシステム・モデルと解析法について説明する。

## 第2章 流域地形

### — 流域の地形特性 —

#### 2-1 位数の概念と流域地形則

流域内の地形を実際のままの状態を取り扱うのは複雑で一般性をとらえにくい。そこで、計量地形学の分野で試みられているのは、河道に位数 (order) をつけることによって地形の分布特性を量的に把握しようとする方法である。これは Horton<sup>14)</sup> の提案によるもので、流域最上流端の河道すなわち水源の細流を位数1とし、二つの位数1の河道が合流してつくる河道を位数2の河道とする。位数2の河道に位数1の河道が合流しても位数は変わらない。一般には、同位数  $u$  の二つの河道が合流してつくる河道を位数  $u+1$  と定義し、その河道に位数  $u$  以下の河道が合流しても位数は変わらないとするものである (図-3(a))。

この位数を基本として、流域地形を計量的に表現する経験則に、つぎの四つの地形則がある。

- 1) 河道数則  $N_u = R_b^{k-u}$
- 2) 河道長則  $\bar{L}_u = \bar{L}_1 \cdot R_L^{u-1}$
- 3) 集水面積則  $\bar{A}_u = \bar{A}_1 \cdot R_a^{u-1}$
- 4) 河道こう配則  $\bar{S}_u = \bar{S}_1 \cdot R_s^{u-1}$

ここに、 $N_u$  は位数  $u$  の河道の数、 $\bar{L}_u$ 、 $\bar{A}_u$ 、 $\bar{S}_u$  はそれぞれ位数  $u$  の河道の平均的な長さ、集水面積、こう配を表わす。 $k$  は流域最下流端の位数である。また、

$$R_b = N_u / N_{u+1}, \quad R_L = \bar{L}_{u+1} / \bar{L}_u, \quad R_a = \bar{A}_{u+1} / \bar{A}_u, \quad R_s = \bar{S}_u / \bar{S}_{u+1}$$

は、それぞれ分岐比、河道長比、集水面積比、河道こう配比と名づけられており、一流域においてはすべての位数についてほぼ一定値をとることが確かめられている。

いま一つ重要と考えられるのは、地表面流の流下長  $L_g$  である。Horton は  $L_g$  が位数1の流域スケールと密接な関係があるとし、その平均  $\bar{L}_g$  は河川密度  $D$  と

$$L_g = 1/2 D$$

の関係があることを指摘した。ここに、

$$D = \sum_{u=1}^k \sum_{i=1}^{N_u} L_i / A$$

であって、分子は河道の全長、 $A$  は流域面積である。なお、位数1の集水面積は流域地形の基本単位であるとし、その形状からセル (unit cell) と名づけている。

以上の地形則は流出現象の場である流域の地形を量的に表現している点で注目すべきであるが、それらは経験的に得られたものであり、その意味で普遍性をもつかどうか、さらには、流域の地形がどのように形成されていくかを知ることができない。

以下では、枝とノードの組み合わせのトポロジー、すなわち geometric network の概念を用いて、河道配列型の確率論的検討をおこない、平衡状態における三つの統計則を提案しよう。

#### 2-2 河道配列の形成過程と標本空間

流域地形は、構造地形の上に浸食地形が形成されたものである。構造地形は地殻変動などの大規

模な内的営力によって生じたものである。それが風化あるいは雨水による外的営力によって浸食され、現在の地形ができ上がったものといえる。ところで、内的営力は通常その頻度がきわめて小さく、河道配列を形成する営力は、ほとんど外的営力によるものと考えてよい。長期にわたって見たとき、外的営力は一流域においては、場所的に一様と考えてよいであろう。したがって、河道配列の形成過程は、一様な外力が働く確率過程と考えられる。

その確率過程は、つぎのように考えられる。すなわち、まず、一コの河道ができたととき、つぎにできる河道は、最初の河道の両側から流入でき、場合の数は2である。そこにさらにつぎの河道が流入する仕方は、それぞれについて6通りある。このように考えると、位数1の河道、すなわちセル数が  $N_1$  があるとき、標本空間  $U$  の標本点数  $Z$  は、

$$Z = \prod_{j=2}^{N_1} (4j-6) \dots\dots\dots (2.1)$$

で表わされる。ところで、 $N_1$  コのセルの発生順序は区別する必要がない。したがって、河道配列型の標本空間を  $U_{N_1}$  とすれば、その標本点数  $Z_{N_1}$  は、

$$Z_{N_1} = Z / N_1! = \binom{2N_1-2}{N_1-1} / N_1 \dots\dots\dots (2.2)$$

で与えられる。すなわち、 $N_1$  コのセルをもった位数化された河道配列型は、確率論的には  $Z_{N_1}$  あり、かつ上述したセルのランダム発生 の 仮定によって、それらは等確率である。われわれが現実にもる流域の河道配列型は、 $U_{N_1}$  の上のただ一つの標本点である。

### 2-3 位数化された河道配列とトポロジーモデルの対応

枝とノードの幾何学的接続関係を対象とする組み合わせのトポロジーは、位数化された河道区分の接続によって表現される位数化河道配列の解析にとってきわめて便利である。すなわち、位数化された河道は枝にあたり、同一位数の合流河道はノードにあたる(図-3)。

一般に、 $O_1$  (位数1)の河道が  $N_1$  があるとき、 $U_{N_1}$  の上でのトポロジーモデルの数は  $Z_{N_1}$  である。かつ、位数の概念によって、

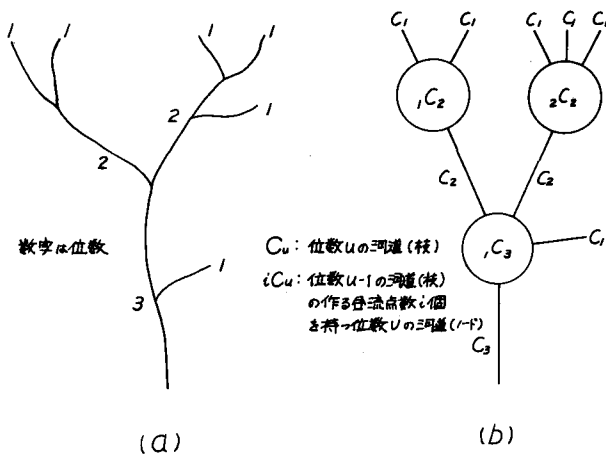


図-3 位数化された河道とトポロジーモデルの対応



$$\begin{array}{ll}
O_2 \text{ の可能なノード数は} & \dots\dots\dots [N_1/2], \\
O_3 & \text{"} \dots\dots\dots [N_1/2^2], \\
O_i & \text{"} \dots\dots\dots [N_1/2^{i-1}]
\end{array}$$

であり、理論的に可能な最大位数 (trunk number)  $M$  は、

$$M = [\log_2 2N_1] \dots\dots\dots (2.3)$$

である。ここに、 $[ ]$  はガウスの記号である。

#### 2-4 ノードの特性による $U_{N_1}$ の分割

標本空間  $U_{N_1}$  には、 $Z_{N_1}$  コの等確率な河道配列型の数があるが、これをノードが  $O_2, O_3, \dots, O_M$  で終る部分集合に分割しよう。 $O_i$  で終る部分集合  $U_{N_1}^{(i)}$  とすると、

$$Z_{N_1} = \sum_{i=2}^M Z_{N_1}^{(i)} \dots\dots\dots (2.4)$$

であり、かつ、

$$\begin{aligned}
U_{N_1}^{(i)} \cap U_{N_1}^{(j)} &= \delta_{ij} \quad (\delta_{ij}: \text{クロネッカーのデルタ}), \\
U_{N_1}^{(2)} \cup U_{N_1}^{(3)} \cup \dots \cup U_{N_1}^{(M)} &= U_{N_1} \dots\dots\dots (2.5)
\end{aligned}$$

の関係があるから、上の分割は素で、 $U_{N_1}$  のすべてをつくす部分集合の分割である。

つぎに、部分集合  $U_{N_1}^{(i)}$  の標本点数について考察しよう。 $O_i$  の河道のランダム発生と、2-3 で述べた各位数のノード数および場所占めの理論によって、

$$Z_{N_1}^{(i)} = \begin{cases} 2^{N_1-2}, & \text{for } i=2, \\ \sum_{r=2}^{[N_1/2]} 2^{N_1-2r} \cdot \binom{N_1-2}{N_1-2-r} \cdot Z_{N_1}^{(i-1)}, & \text{for } i=3, 4, \dots, M \end{cases} \dots\dots\dots (2.6)$$

で表わされる。このような分割によって、 $E_i (i=2, 3, \dots, M)$  を  $O_i$  のノードで終る事象とすれば、これらの事象は排反であるから、その確率  $P(E_i)$  は

$$P(E_i) = Z_{N_1}^{(i)} / Z_{N_1} \dots\dots\dots (2.7)$$

で与えられる。したがって、 $\max P(E_i)$  に対応する  $i$  が最確最大位数である。

#### 2-5 平衡状態における河道配列

河道配列は、浸食作用によって、しだいに一定の統計則に収束するであろう。そのような場合は、 $O_1$  と  $O_2$  のノードの接続関係を考察すれば十分であり、任意の  $O_u (u > 2)$  の河道配列に拡張することができる。

まず、 $N_2$  の期待値を求めてみよう。 $U_{N_1}$  の上での  $O_1$  の河道の数は  $Z_{N_1} \cdot N_1$  であり、これに 1 コのセルが入ると 1 コの  $O_2$  の河道を生みだす。したがって、 $U_{N+1}$  の上での  $O_2$  の河道を生みだす。したがって、 $U_{N+1}$  の上での  $O_2$  の河道数は、 $Z_{N+1} \cdot N_2 = Z_{N_1} \cdot N_1$  となる。これを  $U_{N_1}$  の上で表わすと、

$$Z_{N_1} \cdot N_2 = Z_{N_1-1} \cdot (N_1 - 1) \dots\dots\dots (2.8)$$

したがって、 $N_2$ の期待値  $E(N_2)$  は、

$$E(N_2) = Z_{N_1-1} \cdot (N_1-1) / Z_{N_1} \dots\dots\dots (2.9)$$

$N_1$ が十分大きい場合、Stirlingの公式によって、

$$Z_{N_1} = \left( \frac{2^{N_1-2}}{N_1-1} \right) / N_1 \approx \{ \pi(N_1-1) \}^{-\frac{1}{2}} \cdot 2^{2(N_1-1)} \dots\dots\dots (2.10)$$

であるから、

$$\lim_{N_1 \rightarrow \infty} E(N_2) = N_1/4 \dots\dots\dots (2.11)$$

になる。この関係は、セルのランダム発生 の 仮定によって、任意の位数の河道数  $N_u$  が十分大きいときには同様であって

$$N_{u+1} = N_u/4 \dots\dots\dots (2.12)$$

すなわち、平衡状態の分岐比を  $R_{eb}$  とすると、

$$R_{eb} = N_u / N_{u+1} = 4 : \quad \left( \frac{1}{4} \text{則} \right) \dots\dots\dots (2.13)$$

となる。この関係は、Hortonの提案した河道数則にあたるものである。また分岐比は河道数に関する経験的パラメータとして導入されたものであるが、この値は上述の考察からわかるように、流域の浸食過程を表す統計的パラメータであって、普遍的な値と考えるべきであろう。

つぎに  $O_2$  のノード内の合流点数の分布について考えると、 $O_1$  の河道のランダム発生 の 仮定によって、合流点数  $i$  をもった  $O_2$  のノード ( $iC_2$ ) の確率分布は確率計算より、

$$P(iC_2) = N(iC_2) / N_2 = \left( \frac{1}{2} \right)^i \dots\dots\dots (2.14)$$

となり、一般に、 $O_u$  のノード内の合流点数の分布は

$$P(iC_u) = N(iC_u) / N_u = \left( \frac{1}{2} \right)^i : \quad \left( \frac{1}{2} \text{則} \right) \dots\dots\dots (2.15)$$

で与えられることがわかる。ここに、 $N(iC_u)$  は  $iC_u$  の数を表す。

つぎに、 $iN_u (i=u+1, \dots, M)$  を  $O_u$  の河道が  $O_i$  のノードに流入する数とすれば、 $\frac{1}{4}$ 則と確率計算によって

$$iN_u / N_u = \frac{3}{4} \left( \frac{1}{4} \right)^{i-u-1} : \quad \left( \frac{3}{4} \text{則} \right) \dots\dots\dots (2.16)$$

の関係が得られる。すなわち、位数化された河道配列に関与する河道数は、全河道数の  $\frac{3}{4}$  であり、残りの  $\frac{1}{4}$  は (2.16) 式の形で位数  $u+2$  以上のノードと結ばれる。

以上の三つの統計則は、由良川水系において十分適合することがわかった (図-4, 図-5)。逆にいえば、上の関係が成立しない流域は浸食過程が平衡状態に達していないと考えることもできよう。

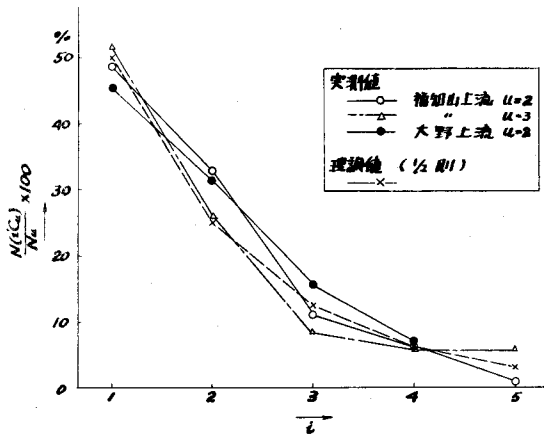


図-4

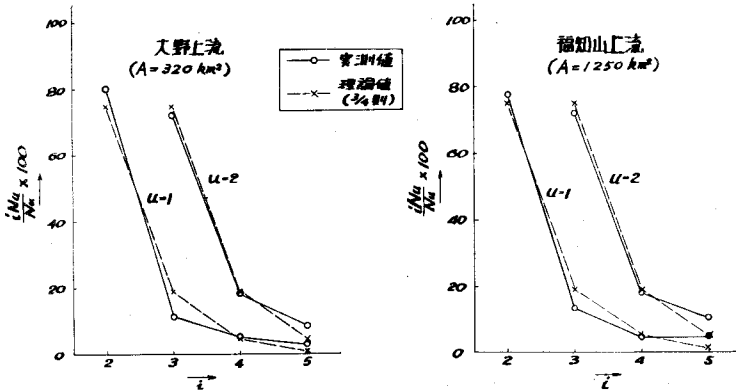


図-5

### 第 3 章 流出の部分システムの機構

本章では、第1章、1-3で述べた流出のシステムを念頭において、部分システムの機構について簡単に説明する。なお、前にも断わったように融雪機構についてはまったくふれず、<sup>15)</sup>降雨流出の機構に限定する。

#### 3-1 遮断、蒸発散、浸透

##### A 遮断

降雨は地表に達するまでに樹葉によって遮断されるが、その量の推定は現地での林内雨量と林外雨量の観測比較によるのが普通である。多数の試験地での観測結果を概括するとつぎのようである。<sup>16)</sup>

- 1) 林内雨量は、林内降雨分（樹冠の交叉しない空間を通過して地表に達する雨量）と樹幹流下分の二成分に大別されるが、後者は前者に比して著るしく少量である。
- 2) 林外雨量をAとし、林内雨量をBとすると $B/A$ は通常1より小さく、かつ雨量の増加にしたがって増大し、ある程度で一定となる。このときのAは日雨量20~60mm内外であって、樹種、樹冠の粗密によってかなり異なる。

また、 $B/A$ の最大値も、降雨の強度と期間および樹種、樹令などによって変動が大きい、0.8~0.9程度である。

- 3)  $A - B$ （降雨遮断量）も $B/A$ と同様の傾向をもつが、その値の変動は非常に大きく、その範囲は5~40mmにおよぶ。観測方法、資料の整理法などを考慮すると、ほぼ10mm前後と考えてよいようであって、大出水にはほとんど影響がないものと思われる。

## B 蒸 発 散

蒸発とは、水が水面あるいは土壌表面から水蒸気となって空中に放出される現象であり、蒸散とは土壌中の水分が植物に吸収され葉面から空中に放出される現象をいう。流出現象を対象とする場合には、この二つを合わせて蒸発散（*evapo-transpiration*）とよんで取り扱うのが普通である。

蒸発散は、短期間流出（流出の1サイクル）を対象とする場合は、降雨遮断とともに初期損失（対象降雨開始時刻から直接流出生起時までの降雨量で、流出とはならない雨量成分）の決定の面で重要である。また、長期間流出（流出の1コ以上のサイクル）を対象とする場合は、蒸発散量そのものが重要である。

蒸発散機構に関する理論的研究は主として水気象の分野でおこなわれ数多くの理論が提案されているが、気象因子から月単位の蒸発散能（蒸発散量の最大値）を推定する実用的な方法として *Thornthwaite*<sup>17)</sup> 式がもっとも有名である。

しかし、実際の蒸発散量は、気象条件、土湿条件あるいは流域の地質・地被条件などによってさまざまであるから、*Thornthwaite* などの推定式の使用はあくまで参考程度と考えるべきであろう。以下に、従来の観測結果を概括して述べておこう。<sup>18)</sup> 1) 土壌面からの蒸発は主として気温、日照時間および土壌の含水量に影響され、湿度、風速、気圧などの影響は前三者に比して小さい。参考として、京都における月間蒸発皿（*pan*）蒸発量と気温×日照時間の相関を昭和25~33年の記録を用いて調べたところ、直線的な関係があり、かつ各年でのこう配の変動が小さかったことを述べておく。2) 蒸発は、土壌の相違によって異なる。たとえば、飽和状態では砂、土、芝地の順で蒸発量が小さくなる。また、1日の蒸発量の範囲は、砂で0.1~6mm、芝地で0~5mm程度である。3) 蒸散は、蒸発とほぼ同様の変化をするがとくに植生の季節的な活動と密接な関係があり、葉面積最大の時期に最大値をとる。4) 林地における蒸発量と蒸散量の値およびその比は、樹種、季節および樹冠投影面積などによって著しく変わり明瞭ではない。5) もし、蒸発皿の蒸発量が流域の蒸発散量推定の指標として用いられれば、實際上極めて便利である。この方面の研究も若干おこなわれているようであるが、実用化の段階にはいたっていない。

## C 浸 透

浸透現象とは、地表に降った雨が地表下に浸入する現象をいい、その単位時間当たりの浸入量を浸透度、その最大値を浸透能（*infiltration capacity*）という。*Horton*は浸透能の水循

環における重要性を指摘し、<sup>19)</sup> Neal の実験資料を用いてつぎの浸透能方程式を提案した。<sup>20)</sup>

$$i = i_c + (i_0 - i_c)e^{-mt} \dots\dots\dots (3.1)$$

ここに、 $i_0$  および  $i_c$  は降雨初期および最終の浸透能、 $m$  はてい減指数である。この関係は、実際の流出解析の面でも広く用いられるようになったが、わが国においては石原(藤)らが、洪水流出解析の立場からこれを損失能と定義し、由良川で得た多くの水文資料にもとずいて詳細な考察をおこなった。<sup>20)</sup> その結果、浸透能方程式と同型の損失能方程式に含まれるてい減係数と最終損失能は、一流域においては一定値であり、また初期損失能は前期無降雨日数を指標として表現できること、およびその回復式を提案している。また、浸透を不飽和浸透とする立場から浸透能方程式の理論的検討がおこなわれ、その妥当性が確かめられている。<sup>20), 23)</sup>

しかし、(3.1) の浸透能方程式は、裸地面からの浸透を対象とするものであるから、3-3 で述べるように、A 層をもつ流域では、A 層下面から下方への浸透について成りたつものと考えなくてはならないことが指摘され、<sup>24)</sup> それが今日の定説となっている。

### 3-2 地表面流

#### A 抵抗則

流出過程における地表面流とは、流域の山腹斜面上の雨水流をいい、斜面の極端な凹凸および流水が降雨補給を受けるという特徴をもつ。山腹斜面での地表面流は、摩擦と重力とが釣り合って流れるものと考えてよい。なぜなら、山腹のこう配は一般に急でしかも水深は小さくほぼ等流状態と考えてよいからである。したがって、こうした流れでは、摩擦効果すなわち抵抗則がことに重要である。

筆者らの人工降雨発生装置を用い、かつ表面状態を種々に変えた実験結果によると、1) いずれの場合にも、Manning の抵抗則が成り立つこと、2) および粗度係数は表面状態に応じて大きく変化することが明らかになった。<sup>25)</sup> とくに、Manning の抵抗則が成り立つという結果は重要であり、Palmer も芝地での実験結果から水深および流速の極めて小さい流水でも Manning の抵抗則が成立するという結果を得ている。<sup>26)</sup> もともと、山腹斜面のように凹凸があるような場では、流速が極端に小さくても渦乱が生じるから流れは乱流状態と考えるべきである。この意味で、Horton<sup>27)</sup> あるいは Izzard<sup>28)</sup> が、本来斉一な場(たとえば、滑面)で成立する限界 Reynolds 数の概念によって、こうした流れを分類しているのは正しくないといえよう。

#### B 地表面流の伝播

降水補給をうける地表面流機構についての研究は、岩垣らの横流入(降水にあたる)一定の場合についての不定流に関する特性曲線法を用いた詳細な理論的、実験的研究<sup>29)</sup> が端緒である。ついで末石は、この基礎的成果にもとずいて、出了解析をおこなうための対数図式法を提案している。<sup>30)</sup>

筆者らも同様の立場にたち、かつ時間的に変化する横流入(時間の任意関数)のある場合の地表面流を解析的に表現するため、等流近似の仮定をおいてつぎのように扱った。<sup>31)</sup> まず、運動方程式と連続式はそれぞれつぎのように表わされる。

$$h = K_0 \cdot Q_0^p \dots\dots\dots (3.2), \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_0}{\partial x} = r_e \dots\dots\dots (3.3)$$

ここに、 $h$ は地表面流の水深、 $q$ は単位幅当たりの流量、 $r_e = r - i$ で過剰降雨、 $x$ は距離、 $t$ は時間であって、流れがManningの抵抗則にしたがうものとする、

$$K_o = (n_o / \sqrt{\sin \theta_o})^{p_o}$$

で、 $n_o$ はManningの粗度係数、 $\sin \theta_o$ は斜面こう配、 $p_o$ は0.6である。前述の実験結果によると、 $n_o$ の値は、裸地面あるいは斜面上に分布する一時的な水みちでは $0.01 \sim 0.03$  ( $m^{-1/3} \cdot sec$ )、植成面上では $0.3 \sim 0.4$  ( $m^{-1/3} \cdot sec$ )程度である。(表-1)

表-1 流出実験結果

Run	Length of slope (m)	Material of surface stratum	Depth of surface stratum (cm)	Void ratio (%)	Initial water content (%)	Rainfall intensity (mm/hr)	$r$	Roughness coefficient ( $m^{-1/3} \cdot sec$ )
A	7.50	glass wool	1.00	—	—	362	—	0.3 ~ 0.4
B	6.00	sand 0.62 mm	12.0	48.2	7.6	157	0.266	—
	6.00	"	"	"	8.6	112	0.249	0.02 ~ 0.03
C	6.00	sand 0.36 mm	"	47.8	14.7	163	0.178	0.01 ~ 0.02
	6.00	"	"	"	13.8	122	0.187	—

(3.2)および(3.3)式に、特性曲線法理論を適用すると、地表面流についてつぎのような関係が得られる。すなわち、特性曲線

$$x - \xi = \frac{1}{p_o K_o} \int_{\tau}^t ds \left[ \int_{\tau}^s r_e dz / K_o + q_o(\xi, \tau)^{p_o} \right]^{1/p_o - 1} \dots\dots\dots (3.4)$$

の上で、

$$q_o = \left[ \int_{\tau}^t r_e dt / K_o + q_o(\xi, \tau)^{p_o} \right]^{1/p_o} \text{あるいは } q_o = \int_{\xi}^x r_e dx + q_o(\xi, \tau) \dots\dots\dots (3.5)$$

ここに、 $(\xi, \tau)$ は $x-t$ 面で特性曲線の出発する場所的、時間的位置、 $q_o(\xi, \tau)$ は点 $(\xi, \tau)$ における流量である。

C 地表面流の伝播時間

山腹斜面上流端から距離 $x$ までの地表面流の伝播時間 $t-\tau$ は(3.4)式から、

$$p_o x K_o^{1/p_o} = \int_{\tau}^t ds \left[ \int_{\tau}^s r_e(z) dz \right]^{1/p_o - 1} \dots\dots\dots (3.6)$$

で表わされる。ここでいう伝播時間は、降雨という流入によって生じたかく乱の伝播についてであって、流速によるものではない。

斜面上の流れは、降雨がある場合とない場合とで機構が違ふから、両者についてそれぞれ述べておこう。なお、計算過程の詳細については、省略し結果だけを示しておくが基礎式は(3.6)

である。

a. 伝播時間中に降雨が常にある場合

$$t_o = t - \tau = K_o L_o^{p_o} / r_{tm}^{1-p_o} \dots\dots\dots (3.7)$$

ここに、 $L_o$  は山腹斜面長、 $r_{tm}$  は時間  $(t - \tau)$  内の平均過剰降雨強度、 $r_{tm} = \int_{\tau}^t r_e dt / (t - \tau)$  である。

b. 伝播時間中に降雨が終った場合

$$(t_d - \tau)^{1-p_o} [(t - t_d) + p_o (t_d - \tau)] = p_o L_o K_o^{1-p_o} / r_{um}^{1-p_o} \dots\dots (3.8)$$

ここに、 $t_d$  は降雨終了時刻、 $r_{um}$  は時間  $(t_d - \tau)$  内の平均過剰降雨強度、

$$r_{um} = \int_{\tau}^{t_d} r_e dt / (t_d - \tau) \text{ である。}$$

なお、図-6 は、以上の地表面流の性状を特性面  $(x-t)$  上で表わしたものである。

D 注意

以上の地表面流に関する説明は、中間流の介在しない場合のものである。流出システムにおいては、地表面流は中間流との関連を考えなくてはならない。4-1で説明するが、その場合(3.4)と(3.5)式における  $(\xi, \tau)$  が問題となり、また(3.4)から(3.8)式における過剰降雨強度  $r_e$  は有効降雨強度  $r_f$  に変える必要がある。

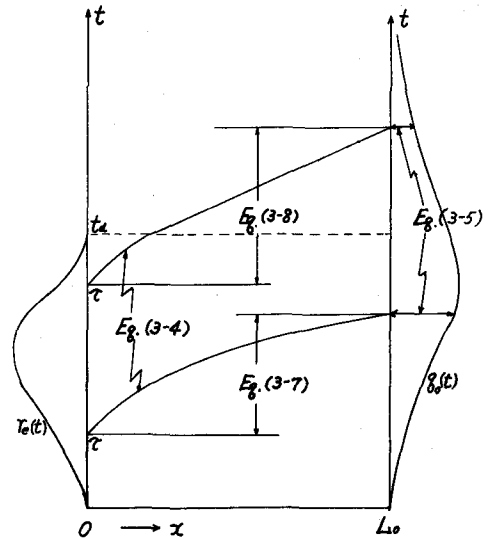


図-6 地表面流の伝播

3-3 中間流

A 活性層 (A層) と中間流

Dreibelbis は、長期にわたって、流域表面付近の土湿変化を四つの流域内の各点で測定し、土湿の変化が表面から 0~12 inch (とくに 0~7 inch) の間で顕著であることを発見し、活性層 (zone of major hydrologic activity) と名づけた。<sup>32)</sup> これは極めて重要な測定結果であって、筆者らがそれ以前に流出解析の結果から想定し、<sup>24)</sup> 中間流の主要な生起場としていた A 層の存在を確認したものとイえる。中間流については、古くから現象的ないしは機構的関心が払われていたが (Horton (1937, 1940), Gross (1938), Lowdermilk (1938), Hoover (1943)), それは思考的段階にとどまっていた。そのもっとも大きな理由は、当時の流出解析法が、流出の内部機構を組み入れていなかった点にある。<sup>33)</sup> なお、わが国の河川流域は、禿山を除いてほとんど A 層をもつものと考えてよく、また、この場合には 3-1.C で述べたように浸透能との関連も深い。

B 中間流の基礎方程式

A 層の透水性は極めて大きいから (浸透能は数 100 mm/hr 以上)、初期に降った雨はすべて A 層

内に浸透するものと考えてよい。浸透水は不飽和的に浸透していくが、A層底（A層と下層間の緻密な漸移帯）に達すると、そこで停滞保留され、やがてA層底にそっての側方流れが発生する。これが中間流である。図-7はA層と中間流を模型的に示したもので、Hは中間流水深、DはA層厚、xは斜面上流端からの距離、 $\theta$ は斜面こう配、 $r$ は降雨強度、 $i$ はA層底部への浸透能である。

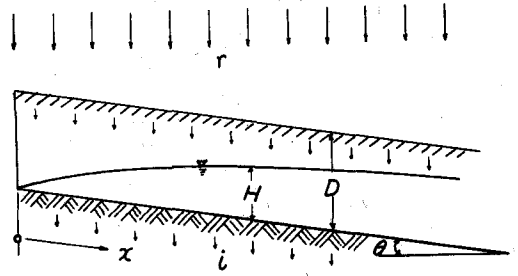


図-7 A層と中間流

中間流の一次元基礎方程式は、流れがDarcy則にしたがうとすると連続条件と合わせて、

$$kH \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + k \left( \frac{\partial H}{\partial x} - \sin \theta \right) - \gamma \frac{\partial H}{\partial t} = -r_e \quad \dots \dots \dots (3.9)$$

となる。ここに、 $k$ は透水係数、 $\gamma$ は有効空けき率（非毛管空けき率）である。この場合 $\gamma$ の性質が重要となるが、筆者らの実験結果<sup>25)</sup>によるとつぎのようである（表-1）。

- 1).  $\gamma$ は降雨条件には無関係である。
- 2).  $\gamma$ は空けき率よりかなり小さく、またそれと単純な相関をもたずA層の土壌構造に強く影響される。

さて、(3.9)式は移流型の非線形拡散方程式であって、厳密な解析解を得ることはできないが、現象が輸送の伝達と拡散の伝達のどちらに大きく影響されるかを考えることによって、近似解を得ることができる。

C 中間流の二つの型<sup>26)</sup>

輸送項と拡散項の大小を決める基準を求めするために、定常状態について考える。そうすると、(3.9)式は、

$$dH/dx = (\sin \theta \cdot H - N \cdot x) / \cos \theta \cdot H \quad \dots \dots \dots (3.10)$$

となる。ここに、 $N = r_e / k$ である。

$x = 0$ の原点が特異点であることは容易にわかるが、 $\cos \theta \neq 1$ とすると、(3.10)式の特性方程式から、 $\beta = \sin \theta / \sqrt{2N}$ によって二つの特異点が現われる。すなわち、

$$\beta > 1 : \text{節点}, \quad \beta < 1 : \text{渦状点}$$

さて、(3.10)式において拡散項が輸送項に比して小さく無視できるものとする、その場合の近似解 $H_1$ は、

$$H_1 = N \cdot x / \sin \theta \quad \dots \dots \dots (3.11)$$

となる。逆に、この解が成りたつための条件を(3.10)式から求めると、

$$N / \sin^2 \theta \ll 1$$

この条件を特異点分類の指標 $\beta$ で書き直すと、

$$1 / 4\beta^2 \ll 1$$

これから、 $\beta > 1$ の場合には、(3.11)式の近似解が一般的に成立することがわかる。 $\beta < 1$ の場合には、条件(3.12)式は一般には成りたつず、とくに $\beta \rightarrow 0$ になると中間流は拡散項によって支配されることになる。

以上をまとめると、 $\beta > 1$ の場合には中間流の挙動は輸送項によってほとんど支配され、 $\beta < 1$



の場合には $\beta$ の値によって変わるが拡散項の方が輸送項より大きいと考えてよい。この結論は、筆者らの実験によって確かめられた。

そこで、中間流をつぎの二つの型にわけよう。

D型(拡散項卓越) :  $\beta < 1$

G型(輸送項卓越) :  $\beta > 1$

#### D 中間流

通常山腹斜面における中間流はG型であり、またこの型の中間流が地表面流の生起場の変化と関係が深いので(4-1参照)、ここでは、G型の中間流の挙動を簡単に説明しておく。

G型の場合には、(3.9)式において拡散項  $kH(\partial^2 H/\partial x^2)$  および右辺第2項( )内の  $\partial H/\partial x$  は  $\sin \theta$  に比して無視できるから、第1近似解  $H_1$  を改めて  $H$  と書くと、特性曲線

$$x - x' = f(t - t') \quad \dots\dots\dots (3.13)$$

の上で、

$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{1}{\gamma} \int_{t'}^t r_e(s) ds, \\ \text{あるいは、} \\ q_i &= f \cdot \int_{t'}^t r_e(s) ds \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.14)$$

となる。ここに、 $f = k \cdot \sin \theta / \gamma$ 、 $x'$ 、 $t'$  は特性曲線の出発する場所的、時間的位置、 $q_i$  は単位幅当たりの中間流の流量である。なお、輸送項を考慮した場合の第2近似解については参考文献<sup>34)</sup>を参照されたい。

### 3-4 河道流

中間流、地表面流および地下水流が河道に流入して河道流となる。ここでは、流出システムにおける部分システムのバランスを考えて流れは等流と仮定し、また、単河道(流域内に分布する河道網の中の合流点をもたない河道区分)を対象とする(図-8)。

このようにすると、単河道の上流端から下流端までの区間の伝播時間  $t_L = (t - \tau)$  と、斜面からの流入流量  $q(t)$ 、河道上流端からの流入流量  $Q(0, \tau)$  および単河道特性の間に地表面流と同様の関係(3.4)および(3.5)式が成り立ち、これから、

$$P_c L_c K_c = \int_{\tau}^t ds \left[ \left\{ \int_{\tau}^s q(z) dz / K_c \right\} + Q(0, \tau) \right]^{1/P_c - 1} \quad \dots\dots\dots (3.15)$$

の関係を導く。ここに、 $L_c$  は単河道長、 $P_c = 3/(2z + 3)$ 、 $K_c = (n_c \cdot K_1^{-2/3} / \sqrt{\sin \theta_c})^{P_c}$ 、 $n_c$  と  $\sin \theta_c$  は河道の粗度係数とこう配であり、 $K_1$ 、 $Z$  は径深を  $R = K_1 A^Z$  ( $A$  は河道の流水断面積)とおいたときの係数および指数である。

(3.15)式は、河道内における雨水の伝播状態が  $q(t)$  と  $Q(0, \tau)$  の二つの動的な量に支配されることを意味するが、こ

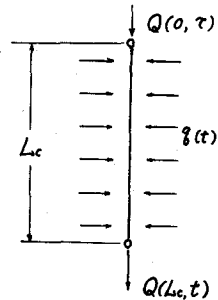


図-8 単河道における流れ

のままでは  $t_L$  を陽の形で表示できない。そこで、つぎの二つの場合について述べておく。

a. (3.15)式右辺第1項が第2項に比して大きい場合 ( $Q(0, \tau)$  を無視できる場合)。

$$t_L = K_c L_c P_c / q_m^{1-P_c} \dots\dots\dots (3.16)$$

$$\text{ここに、 } q_m = \int_{t_L} q(t) dt / t_L$$

b. (3.15)式右辺第1項が第2項に比して小さい場合 ( $q(t)$  を無視できる場合)。

$$t_L = P_c L_c K_c Q(0, \tau)^{P_c-1} \dots\dots\dots (3.17)$$

なお、有堤部長区間の河道内洪水を対象とする場合は、通常の洪水追跡法を用いるべきである。

### 3-5 検 討

河水の長期的涵養源は、周知のように地下水流出分である。したがって、長期流出を対象とする場合には、地下水流出機構の理解が重要であり、理論的研究もおこなわれるようになった。<sup>39)</sup>

ここでは、地下水流出の特性について、二、三説明しておく。

1) 地下水と河水の相互関係には、**effluent** 状態 (地下水帯 ⇒ 河道) と **influent** 状態 (河道 ⇒ 地下水帯) の二つがある。

河川上流部では、通常 **effluent** 状態であるが、中、下流部では両状態があって、とくに **influent** 状態の河川 (たとえば、天井川) では利水面で不利であり、また、渇水災害を生じる。

2) 地下水流出のてい減は、指数関数的であるというのが通説であるが、てい減特性には、**storm type** のものと **seasonal type** (大陸大河川では **perennial type**) の両者がある点に注意すべきである。<sup>36)</sup>

## 第4章 部分システムとその相互関係

本章では、3章の部分システムの機構に関する結果を用いて、部分システムの相互関係および部分的な総合化をおこない、ついで、2章の河道網分布則を基礎として流出のピーク、とくに洪水流出ピーク、とくに洪水流出ピークの流下過程について述べる。

### 4-1 表土層 (A層) システムと地表面システム

—この二つの部分システムを合わせて山腹斜面システムとよぶことにする—

#### A 流出現象の生起場<sup>37)</sup>

ここでいう流出現象の生起場とは、一般山地の洪水流出の主体となる直接流出の生起場をいう。したがって、カルスト地帯、沖積平坦部ないしは氷河堆積物で覆われた地帯のように、直接流出現象がほとんど生じない流域は対象としない。こうした流域は **indirect drainage** とよばれ、流出の性状は普通の流域とは著るしく異なる。ここでは、前章の考察のもとにA層をもつと考えられる一般山地における直接流出の生起場について検討し、それが流出システムでどのような意

義をもつかを説明する。

a. 中間流出の生起場と線形性

中間流出の生起場には、A層の特性と中間流の型および山腹斜面におけるA層の平面的な分布特性が関係する。

(1) A層の特性と中間流の型

A層の特性とは、A層厚Dと有効空けき率 $r$ を意味し、中間流の型とは、指標 $\beta = \frac{\sin \theta}{2} \times \sqrt{k/r_e} \leq 1$ で規定されるD型とG型を意味する。通常、Dは0~20 cm、 $r$ は0~0.5程度であるが、これらの値は直接流出のてい減部解析によって決めねばならない。また、中間流の型がD型の場合には、中間流水深はほぼ一様に増加するものと考えてよく、中間流の機構そのものはあまり問題にならない。G型の場合には、中間流水深は斜面に沿って変化して、中間流の伝播速度 $f = k \cdot \sin \theta / r$ が重要となり、また後述の地表面流出の生起場との関係が深い。通常の山地での中間流は、ほとんどG型であるので、以下では主としてG型の中間流を対象とする。

(2) A層の平面的な分布特性

山腹斜面には普通一時的な雨水流下の水筋すなわち水みちが存在し、それは踏地、林道などを含むが、主なものはA層が雨水流によって浸食剝奪された「ガリ」である。A層の平面的な分布特性は、こうした水みちの分布によって規制される。従来経験によると、i) 水みちの平均的な流下方向はA層内の主流の方向と等しく、ii) 水みち面積は、一般山地では10%以内であり、iii) 水みちのA層表面からの深さは、平均的にはA層厚Dとほぼ同一といつてよい。

(3) 水みち生起場と末端生起場

中間流出には、A層にいったん保留された雨水が水みちへ浸出し、それが水みちを流下するものと、A層内を流れて直接河谷や河道に流入するものとの二つがある。前者を水みち生起場、後者を末端生起場とよべば、中間流出の生起場 $F_i$ は、

$$F_i = F_{i1} + F_{i2} \quad \dots \dots \dots (4.1)$$

ここに、添字1と2はそれぞれ水みち生起場、末端生起場を意味する。前者は、水みち流下(地表面流)の際に非線形効果をうけ、後者はA層内の流れがDarcy則にしたがうところから線形であつて、両者の性質は異なる。

$F_{i1}$ と $F_{i2}$ はそれぞれ

$$F_{i1} = 2N \int_0^{L_d} N dx, \quad F_{i2} = 2L_c(H)_{L_d} \quad \dots \dots \dots (4.2)$$

で表わされ、 $N$ は水みちの総数、 $L_d$ は水みちの平均流下長、 $H$ はA層内水深、 $L_c$ は河道長、 $(H)_{L_d}$ は山腹末端での中間流水深である。 $F_{i1}$ と $F_{i2}$ の大きさを比較するために、その比をとれば

$$F_{i2} / F_{i1} = 1 / \epsilon d \cdot L_d \quad \dots \dots \dots (4.3)$$

ここに、 $\epsilon = \int_0^{L_d} H dx / L_d (H)_d \leq 1$ 、 $d = N / L_c$ で河道に沿う水みちの数密度である。

(4.3)式から、 $d \cdot L_d$ が中間流出の線形性を判定する指標といえ、

$d \cdot L_d \gg 1$  : 非線形、 $d \cdot L_d \ll 1$  : 線形

前者はA層の発達不十分、後者はA層の発達が十分な場合に対応し、流出解析結果<sup>30)</sup>によると、通常の森林山地では、中間流出は線形と考えてよいようである。しかし、一般には、 $F_{11}$ の存在は無視できないから、中間流出は準線形というべきであろう。

b. 表面流出の生起条件

A層内への降雨供給がある限度以上にになると、A層のある部分は飽和され、A層表面に地表面流が発生する。これが表面流出である。

その生起条件は、中間流がD型の場合

$$R_e(\tau_0) = rD. \quad \dots\dots\dots (4.4)$$

G型の場合、HがDを越えるときが、その生起条件であるから(3.13)と(3.14)式から、

$$rH = R_e(\tau_0) - R_e(\tau_0 - \xi_0/f) \geq rD, \quad \xi_0 \leq L. \quad \dots\dots\dots (4.5)$$

で与えられる。ここに、 $\xi_0$ はある時刻 $\tau_0$ における斜面上流端から表面流生起点までの距離、すなわち $\tau_0$ 時の表面流出の非生起場の長さであり、 $R_e(\tau_0) = \int_0^{\tau_0} r_e(s) ds$ で、累加過剰雨量である。

(4.4)および(4.5)式は、“システム転移の条件”とよんでおこう。

c. 表面流出の生起場とその変化過程

中間流がD型の場合には、表面流出生起場は変化せず斜面全体であるが、G型の場合には降雨条件に応じて変化する(図-9)。

$\xi_0$ 、 $\tau_0$ および降雨条件との関係は、(4.5)式から

$$R_e(\tau_0 - \xi_0/f) = R_e(\tau_0) - rD \quad \dots\dots\dots (4.6)$$

で与えられる。この関係を用いればつぎのようにして、表面流の生起場を算定することができる(図-10)。

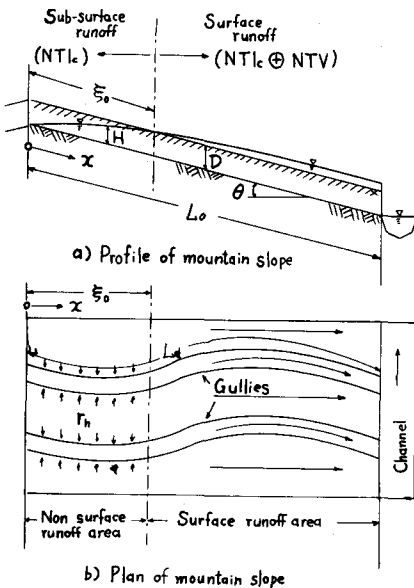


図-9 表面流発生状態

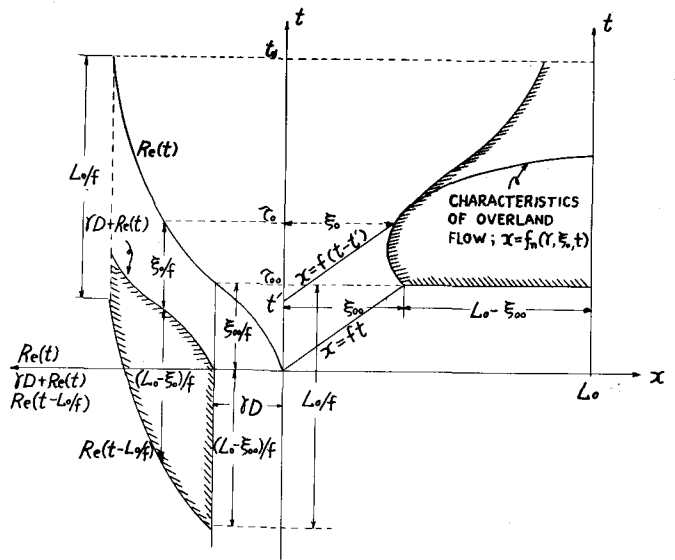


図-10 表面流生起場算定の図式法

1) まず、 $R_e(t)$ を描く。つぎに、 $R_e(t)$ を $\gamma D$ だけ上にずらした $\gamma D + R_e(t)$ 曲線と、 $L_o/f$ だけ時間方向と反対にずらした $R_e(t - L_o/f)$ 曲線を描く。2) (3.13)と(3.14)式から $\gamma D + R_e(t)$ 曲線と $R_e(t - L_o/f)$ 曲線で囲まれた領域の $f$ 倍(図の斜線部)が、表面流出の生起場の累加を表わす。また、その領域内の水平分線の $f$ 倍が、その線分を時間方向に延長して $R_e(t)$ 曲線と交わる時刻 $\tau_o$ の生起場の長さを示す。3) 図の $\tau_{oo}$ および $\xi_{oo}$ は、表面流出生起場の生起時刻とそのときの非生起場の長さを示す。

以上のようにして、表面流出生起場とその変化過程を図式的に求めることができるが、さらにつぎのような情報を得ることができる。

- 1) 図には、以上のようにして算定される生起場の大きさの変化過程を $x \sim t$ 面に示してあり(図の斜線部)、また、中間流の特性曲線と地表面流の特性曲線が描いてある。とくに、(3.4)と(3.5)式の地表面流特性曲線の $(\xi, \tau)$ は、この場合 $(\xi_o, \tau_o)$ になるわけである。
- 2)  $R_e(t - L_o/f)$ 曲線が常に $R_e(t)$ 曲線と $\gamma D + R_e(t)$ 曲線の間にくるときには、(4.5)式の生起条件は満足されず、出水は中間流出分だけである。
- 3) 流出システムが中間流出から表面流出に移るときあるいはその逆の場合、出水機構に大きな変化を生じ、それは、降雨から流量への変換システムの転移として説明できるが(4-2参照)、そのときこの図式法が役にたつ。

なお、図式法に必要な $\gamma D$ と $L_o/f$ の算定法は、5章で述べる。

## B 有効降雨

有効降雨(effective rainfall)は、地表面流に実質的に供給される雨水をいう。

こうした定義は水理学的に明確であるとともに、従来の有効降雨強度に関するあいまいな扱い、あるいは有効降雨強度と過剰降雨強度との混同などをさけることができる。Aで述べた流出現象の生起場と有効降雨とは、表土層システムと地表面システムの相互関係によって生じるもっとも基本的な因子である。

上の定義にしたがえば、有効降雨強度 $r_f$ はつぎのようである。

### a. A層をもたない山腹斜面

$$r_f = r_e \quad \dots\dots\dots (4.7)$$

### b. A層をもつ山腹斜面

#### (1) 地表面流が発生しない場合(中間流出)

地表面流は、山腹斜面に分布する一時的水みちりしか生じない。また、 $r_f$ はA層内飽和部から地表面流に供給される雨水の浸出強度である。したがって、 $r_f$ は一時的水みちりの分布に応じて線状に分布するが流出解析の便宜上、流域面積全体にわたって面積平均をとると、単位面積当たりの $r_f$ は、

$$r_f = (A_e r_h + A_o r_e) / A \quad \dots\dots\dots (4.8)$$

で表わされる(A-a-(3)参照)。ここに、 $A_e = 2N L_d H$ で、 $r_h$ はA層飽和部から一時的な水みちりへの雨水の浸出、 $A_o$ は一時的な水みちりの総面積、 $A$ は流域面積である。

なお、 $A_e$ は中間流がD型の場合には、時間だけの関数であるが、G型の場合には、 $H$ が流下方向に沿って変化するから、 $r_f$ は斜面距離の関数でもある。

また、通常の山地では右辺1項が2項に比して十分大きいから

$$r_f = A_e r_h A^{-1} = \bar{r}_h \quad \dots\dots\dots (4.9)$$

としてよい。bar は面積平均を示す。

(2) 地表面流が発生する場合(表面流出)

降雨量が大きくなって、 $H \leq D$ が満足されなくなるとA層表面に地表面流が発生する(A-bおよびC参照)。その模様は図-9のようである。この場合には、表面流出生起場では

$$r_f = \bar{r}_a + r_e \quad \dots\dots\dots (4.10)$$

であり、ここに、 $\bar{r}_a = (\bar{r}_h)_{\max}$  である。

4-2 二つの部分システムの総合<sup>99)</sup>

—数式モデル化—

3章および前節で述べた山腹斜面における二つの部分システムの機構とその相互関係を基礎として、1サイクル内の流出システムにおける二つの部分システム—山腹斜面システム—を数式的に総合しておこう。

A 山腹斜面システムの基礎方程式

山腹斜面下流端(河道)における単位幅当たりの直接流出の流量を $q_e$ とすると、その時間的な変化 $dq_e/dt$ は、3章および前節の結果から、一般につぎのように表わされる。

$$dq_e^m/dt = f_n \left[ I \left\{ r_f(t) - \frac{dt^*}{dt} r_f(t^*) \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (4.11)$$

この関係は、現時刻の時間変化におよぼすある有限時間 $(t-t^*)$ 内の有効雨量強度 $r_f$ の影響を示している。有限時間間かくは、流出の機構とその生起場の変化特性に支配され、流出とくに出水過程の基本的な性状の解明に際して極めて重要である。その特性は、つぎのように表わされる。

$$dt^*/dt = 1 - \frac{d}{dt} \left[ \{L_0 - x^*(t^*)\}^m \times \left\{ \int_{t^*}^t r_f(s) ds / (t-t^*)^{m-1} \right\} \right] \quad \dots\dots (4.12)$$

この関係、 $dt^*/dt$ を“おくれ変化関数”とよんでおこう。

さて、上の二つの式の $m$ 、 $I$ および $t^*$ 、 $x^*$ はつぎのようである。

$$\left. \begin{array}{l} \text{表面流出: } m \rightarrow p_0, I \rightarrow 1/K_0, t^* \rightarrow \tau_0, x^* \rightarrow \xi_0, \\ \text{中間流出} \left\{ \begin{array}{l} d \cdot L_d \gg 1: m \rightarrow p_0, I \rightarrow 1/K_0, t^* \rightarrow \tau, x^* \rightarrow \xi, \\ d \cdot L_d \ll 1: m \rightarrow 1, I \rightarrow f, t^* \rightarrow t', x^* \rightarrow x'. \end{array} \right. \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (4.13)$$

B 等価等換システム

数学的な表現を用いると、ある状態または降雨 $r_e$ のような量から他の状態または流量 $q_e$ のよう量への変換システムは、一般には、つぎのような微差分方程式で表わされる。

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{i=0}^N a_i d^i q_e / dt^i = \varphi \left[ \sum_{i=1}^{N-1} b_i d^i r_e / dt^i, \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^n c_i \frac{d^i r_e(t-t_j)}{dt^i} \right], \\ 0 \leq t_0 < t_1, \dots\dots\dots < t_j < t_{j+1}, \dots\dots, < t_n \end{array} \right\} \quad \dots\dots (4.14)$$

ここに、 $N$ と $n$ はシステムのおくれの次数を示すものであり、 $a_i, b_i$ および $c_i$ は係数、 $t-t_j$ は時間区間である。変換システムの主な性格は、 $a_i, b_i$ および $c_i$ と $t_{j+1}-t_j$ の性質に支配され、力学的な意味でつぎの四つの等価変換システムに分類される。

(i) 線形時間不変システム (linear time invariant, LTI)

$$a_i, b_i, c_i, \text{ および } (t_{j+1}-t_j) = \text{const.}$$

(ii) 線形時間変化システム (linear time variant, LTV)

$$a_i, b_i, c_i, \text{ または } (t_{j+1}-t_j) = \text{fn}(t)$$

(iii) 非線形時間不変システム (non-linear time invariant, NTI)

$$a_i, b_i, c_i, \text{ または } (t_{j+1}-t_j) = \text{fn}(q_e, dq_e/dt)$$

(iv) 非線形時間変化システム (non-linear time variant, NTV)

$$a_i, b_i, c_i, \text{ または } (t_{j+1}-t_j) = \text{fn}(q_e, dq_e/dt, t)$$

この分類は、統計モデルにおいても適切であって、物理的な変換システムの構造が、1) 時間とともに変化するか (LTV, NTV) しないか (LTI, NTI)。2) 降雨強度のような入力に影響されるか (NTI, NTV) されないか (LTI, LTV) として理解できる。

上の四つの等価変換システムの構造はそれぞれ本質的に異なり、また流出の全システムにおける山腹斜面システムの役割は基本的なものであるから、そのシステムの分類と力学的特性の解明が重要である。

前節と (4.11), (4.12) および (4.13) 式から流出の等価変換システムをまとめると、表-2 のようになる。表-2 の意味はつぎのようである。1)  $x^*$  が 0 または一定のときにはシステムは時間不変 (time invariant),  $x^*$  が時間の関数であるときは時間変化 (time variant)

表-2 等価変換システム

A 層	中間流の型	生起場	有効降雨強度	変換システム
D=0	D 型	$x_o^* = 0, F=A$	$r_f = r_e$	NTI
		$x_o^* \neq 0, F=A$	$r_f = \bar{r}_h = \text{fn}(t)$	NTI $\cong$ LTI
D>0	G 型	$x_o^* \neq 0, F \neq A$	$r_f = \bar{r}_a + r_e$	NTI
		$x_o^* = 0, F=A$	$r_f = \bar{r}_h = \text{fn}(r, t)$	NTI <sub>c</sub> $\cong$ LTI
		$x_o^* = f_n(t, r), F=(1-L_r)A$	$r_f = \bar{r}_a + r_e$	NTV

である。Fは流出の生起場面積で、 $L_r = \xi_o/L_o$  である。2) (4-11), (4.12) および (4.13) 式からわかるように、表面流出は  $m = p_o$  であって非線形である。また、中間流出の場合には、斜面上のガリ密度

が大きい場合 ( $d \cdot L_a \gg 1$ ) には  $m \cong p_o$  で非線型、小さい場合 ( $d \cdot L_a \ll 1$ ) には  $m=1$  で線形であり、これを一括して、NTI<sub>c</sub> (G型の場合) としたが、非線形の次数は低く、準線形としてよい ((4.12) 式右辺第2項の絶対値は1よりかなり小さい)。なお、添字 "C" の意味は  $r_f$  が場所的に変場することを意味している。

### C 流出のパターン

以上述べた、等価変換システムの存在によって、流出システムには三つの基本的なパターンが考えられる。図-11は、等価変換システムと流出のパターンの関係を示したものである。流出のシステムは、どのような降雨条件、流域条件でも常に実線で囲まれた領域にある。点線で囲まれた領域 (LTI) は、たとえば単位図法のように線形時間不変仮説にたつ流出解析法の成立範囲を示すが、前述したところからそのようなシステムは現実には存在しない。ただ、NTI<sub>c</sub> は近似

的にLTIであるから、単位図法は中間流出を対象とする場合には有効であろう。

A層をもたない流域では、システムはNTIで中間流出は生じない。

A層をもつ場合には、流出のシステムは複雑であり、等価システムの導入とパターン認識は大きな役割を果たす。もし、システム転移条件(4.5)式が満足されないときは、システムもパターンもともにNTI<sub>c</sub>である。しかし、転移条件が満足される時は(大出水)、パターンは、NTI<sub>c</sub>~NTVとなって、システムはNTI<sub>c</sub>→(NTI<sub>c</sub>⊕NTV).....→NTI<sub>c</sub>と転移し、矢印はシステム転移を意味する(図-11)。したがって、図の破線は、いわば“システム転移の窓”といえよう。“窓”の数、時間的位置、大きさなどは出水形態に大きく影響し、とくに大出水の場合には重要である。また、“窓”の以上の因子は、1サイクル内の気象条件と植生条件あるいは1サイクルの時間長(蒸発散、土湿変化)に影響をうける。

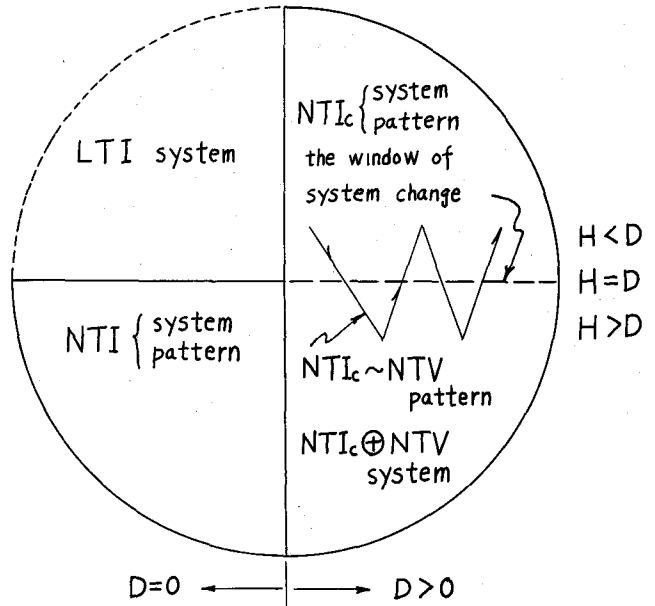


図-11 変換システムと流出のパターン

D 変換オペレーターとしての時間おくれ

流出のパターンは、変換システムの構造に依存し、そのもっとも重要な因子は、時間おくれ(lag)である。時間おくれは、降雨と流量を物理的に結びつける変換オペレーターとして考えねばならない。

このように考えると、それぞれのシステムの雨水かく乱の伝播時間(t-t\*)が変換オペレーターとしての時間おくれになる。なぜなら、x~t特性面における任意時刻、任意位置の流量が(t-t\*)によってr<sub>f</sub>から算定できるからである。(4.11)式)。

雨水かく乱(特性曲線)が斜面上流端から下流端に初めて到達する時刻をt<sub>s</sub>とし、r<sub>f</sub>の終了時刻をt<sub>e</sub>とすると、tとそれに対応するt\*との関係はつぎのようになる。

$$t_e < t : (t_e - t^*)^{1/m-1} \{ (t - t_e) + m \cdot (t_e - t^*) \} \\ = m \{ L_0 - x^*(t^*) \} / I^{1/m} \cdot r_{f_m}^{1/m-1} \dots\dots\dots (4.17)$$

ここに、 $r_{f_m} = \int_{t^*}^t r_f dt / (t - t^*)$ ,  $r_{f_m} = \int_{t^*}^t r_f dt / (t_e - t^*)$  である。また、上式における

時間原点は、各変換システムの発生時刻にとらねばならない。なお、m, I, t\*, x\* の意義については(4.13)式を参照すること。



### 4-3 山腹斜面システムと河道システム<sup>4)</sup>

流出の特性を支配するのは、上述のように変換オペレーターとしての時間おくれであり、これはまた、降雨から流量への遅滞を表わすだけでなく、流量の値そのものをも規定する。

そこで、こうした見地から流出システムにおける山腹斜面システムと河道システムの役割の比較について述べておこう。簡単のためにNTIシステムの $t_s < t < t_e$ の場合について説明する。この場合には、山腹斜面、河道の両システムの時間おくれ $t_0$ と $t_c$ は(3.7)と(3.16)式から、それぞれ

$$t_0 = K_0 L_0^{p_0} / r_{tm}^{1-p_0}, \quad t_c = K_c L_c^{p_0} / q_m^{1-p_0} \quad \dots\dots\dots (4.18)$$

で表わされ、また $q_m$ は $t_c$ 時間内の山腹斜面から河道への単位幅当たりの平均流入流量であって、降雨部分同一対応の必要から

$$q_m = r_{tm} L_0 \quad \dots\dots\dots (4.19)$$

結局、流出システムにおける両システムの効果の比較は、(4.18)と(4.19)式を用いて、 $t_0$ と $t_c$ の比であるつぎの $S_t$ によって表現できる。

$$S_t = t_c / t_0 = K_c L_c^{p_0} r_{tm}^{p_0 - p_0} / K_0 L_0^{1-(p_0 - p_0)} \quad \dots\dots\dots (4.20)$$

$p_0$ と $p_c$ はほとんど等しく、実測記録によると、 $p_c \geq p_0$ である。したがって、 $p_0 = p_c$ とおき、これを $p$ とおいて

$$S_t = K_c L_c^p / K_0 L_0 \quad \dots\dots\dots (4.21)$$

としても十分である。

$S_t$ は、流域特性のみによって決まり、降雨条件が入っていないから、両システムの効果の無次元尺度と考えることができる。また、上に得た $S_t$ はNTIシステムに対応するものであるが、類似の概念によって他のシステムにも拡張できる。

$S_t$ の値の大小によって流出解析の手法が異なってくる。すなわち、 $S_t$ が1より十分小さい場合には、河道システムの効果を考慮する必要がなく、 $L_0, K_0$ を流出システムの代表パラメータとしてよい。このような流域を単位流域とよぶことにする。通常、数100 km<sup>2</sup>以内の流域では $S_t$ が1より十分小さいから、<sup>4)</sup> そのような流域での流出解析—出水解析—には、前節までに述べた結果を直ちに適用できる。

$S_t$ が1より十分小さくなければ、河道システムの効果を考慮しなければならない。また、 $S_t$ が1より十分小さくないということは、流域面積が大きくなることを意味するから、降雨の場所的分布の不均一性も問題となる。すなわち、流出システムは山腹斜面システムと河道分布システムによって構成されていると考え、降雨およびシステム・パラメータの面積的なまとめ方(lumping)の問題が重要となってくる。

#### 4-4 河道分布システム

河川流域は、山腹斜面と河道とからなっている。ここでは、流域内に複雑に分布する河道、すなわち河道網 (channel network) における出水過程をとくにピークを対象として説明する。

河道網における各河道区分 (channel segment) は複雑に分布し、かつ河道区分での出水過程は上流からの流入と斜面からの横流入をうけた非線形システムであり、さらに各河道区分の合流点での出水の合流機構は複雑である。したがって、こうした河道分布システムを一般的に表現することは、場の構造とプロセスの非線形性の二つの難問題が重なり合って極めて困難な仕事である。しかし、水工目的からして、河道分布システムの把握は、流域各地点における出水予知あるいは出水制御などの治水計画の面で必要であり、それはまた精密な出水理論の確立につながる問題である。

4-2節で、山腹斜面システムを扱ったとき、変換システムとしてシステムの時間変化特性 (time invariant or variant) だけをとりあげた。しかし、河道網をくりこんだ流出システムを対象とするときには、システムを空間変化 (space variant) としなければならず、この場合にはシステムパラメータのまとめ (lumping) によって全システムを空間不変 (space invariant) システムに一旦分割してついで合成する必要がある。

河道分布を考慮した出水解析法として、流域分割による方法<sup>42)</sup>と Dooge の理論<sup>43)</sup>などがある。前者は実際的であるが、流域分割の意味にあいまいさがあり、また流出システムの普遍的表現という面で難点がある。後者は、線形貯留と線形河道の仮定、すなわち出水の全システムを線形として扱っていていずれの仮定も不十分であり、とくにわが国におけるように非線形性の強い出水に対しては不適切である。こういうわけで、出水理論の一つの核心ともいえる河道分布システムの解析法は、現段階ではまったく不満足な状態にある。

本節では、この問題について前章までの結果をもとにして簡単に説明しよう。

##### A 流域地形のモデル化と合成ピーク

###### a. 流域地形のモデル化

2章で述べた流域地形のトポロジーモデル (位数化された河道配列) と地形則によれば、流域地形は各位数のノード (河道区分) ごとに lumping されうると考えられよう。そこで、流域地形のモデルを位数化されたノードの順序づけられた集合とする。ただ、地形則は確率論的にもまた実証的にも対象とする地点付近の位数では精度がかなりおちることがわかっている。この部分では別な方法で扱う必要がある。

###### b. 合成ピーク

位数  $u+1$  のノードの流出流量のピーク  $q_{pu+1}$  には、位数  $u$  以下のノードの流入流量のピーク  $q_{pu}$  と位数  $u+1$  のノード内での流入流量  $I_{u+1}$  が関係する。したがって、一つのノードを対象とした場合、上の三つの量はつぎのように定式化できる。

$$q_{pu+1} = \text{Max}_{d_u} g(d_u) [I_{u+1} + q_{pu}] \dots\dots\dots (4.22)$$

ここに、 $d_u$  は位数  $u$  のノードでのある変換測度で、 $g(d_u)$  は変換オペレーターであり、上式の意味は、 $[\ ]$  内の流入流量の和をある変換測度  $d_u$  について最大値をとったものが、流出流量のピークであることを意味する。そこで、 $d_u$  と  $g(d_u)$  をどのようにとるかが問題となる。

## B 群ピーク合流過程の確率モデル

前述したように、流域地形は位数化されたノードの順序集合にモデル化されるが、そのうちの1コのノード(位数  $u+1$ ) をとりあげて考えよう(図-12)。

位数  $u+1$  (以下  $O_{u+1}$ ) のノードには、 $O_u$  からの  $i+1$  コの流入枝(河道)が結びついているとする。以下につきの仮定をおく。ただし、ここでは降雨の場所の分布は考えない。1).  $O_u$  からの流入ピークとその生起時刻は等しい。2). 同一位数のノードにおけるパラメータ(こう配、流入分枝間距離、粗度など)は等しい。3). 1コのノード内での流れ機構は線形。

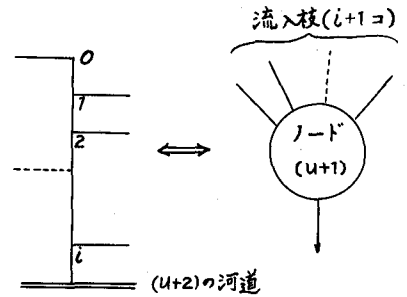


図-12

仮定1)と2)は2章の地形則による。仮定3)は、河道分布システム全体からみると局所線形仮定(piece-wise linear assumption)である。以上の仮定のもとに、

1コのノード内の群ピークの合流過程についてつきのような流入群ピークの“合致、非合致”の二事象を要素とする確率モデルを考える。

まず、 $O_{u+1}$  のノード内で隣り合った流入ピークの合致測度を  $p_u$ 、非合致測度を  $q_u$  とする。ここに、 $p_u$  と  $q_u$  はピークの重なりを示す尺度(正值)であり、二つの事象は排反であるから

$$p_u + q_u = 1 \quad \dots\dots\dots (4.23)$$

$i+1$  コの流入ピークがある場合、 $i$  回のステップがあるから、合致・非合致の確率的径路の数は  $2^i$  通りある。ところで上述の仮定により、全ステップにわたって  $p_u = \text{const.}$  であるから、 $j$  回合致する径路は等確率  $p_u^j \cdot q_u^{i-j}$  であり、かつその径路数は  $\binom{i}{j}$  コである。したがって、合致・非合致の  $2^i$  コの径路の集合は、等確率の径路数すなわち  $i+1$  コにまとめることができ、これを細胞とよぶ。

$j$  回合致の細胞  $\Gamma_j^i$  の測度は二項分布

$$Pr(\Gamma_j^i) = \binom{i}{j} p_u^j \cdot q_u^{i-j} \quad \dots\dots\dots (4.24)$$

で与えられる。

以上の考察から、 $i+1$  コの流入ピーク  $q_{pu}$  があるときの  $O_{u+1}$  のノードの流出ピークの期待値  $E(q_{pu+1})$  は

$$E(q_{pu+1}) = \text{Max}_j \text{ for } Pr(\Gamma_j^i) (1+j) \cdot q_{pu} \quad \dots\dots\dots (4.25)$$

である。さらに、 $Pr(\Gamma_j^i)$  を最大にする  $j$  は、(4.24)式の性質からただちに  $i \cdot p_u$  であり、かつ(4.25)式右辺の  $q_{pu}$  も、上と同様な操作で得られた期待値であるから、これを  $E(q_{pu})$  とすると、結局(4.25)式は

$$E(q_{pu+1}) = (1+i \cdot p_u) \cdot E(q_{pu}) \quad \dots\dots\dots (4.26)$$

となる。この関係を書き直して

$$E(q_{pu+1} - q_{pu}) / i \cdot E(q_{pu}) = p_u \quad \dots\dots\dots (4.27)$$

とあけば、 $p_u$ の物理的意味は、流出ピークと1コゝの流入ピークの差すなわち増分に対する流入ピークの和の比率といふことができ、また

$$E(q_{p_{u+1}}) = \begin{cases} (i+1) \cdot E(q_{p_u}), & \text{for } p_u=1, \\ E(q_{p_u}), & \text{for } p_u=0 \end{cases} \dots\dots\dots (4.28)$$

であつて、物理的直観と一致する。

C 残流域の配分と面積配分係数

$O_1$ の面積を $\bar{A}_1$ (以下 bar は平均)、 $O_1$ と $O_2$ 間の残流域の面積を $\bar{A}_{o_1}$ とし、 $a_1$ としてつぎのように定義する。

$$a_1 \equiv 1 + \bar{A}_{o_1} / \bar{A}_1 = N_2 \cdot \bar{A}_2 / 2 N_1 \cdot \bar{A}_1 \dots\dots\dots (4.29)$$

ここに、 $N_2$ は $O_2$ の枝数、 $\bar{A}_2$ は $O_2$ の面積、 $2 N_1$ は $O_1$ の枝数 $N_1$ のうち $O_2$ のノードに結合する枝数である。この $a_1$ は $O_2$ のノード内の残流域を $O_1$ の面積 $\bar{A}_1$ に配分して $\bar{A}_1$ を補正する係数であつて、面積配分係数とよぶ。

一般に、 $O_{u+1}$ のノードの面積は、 $O_u$ の枝の面積と $O_u$ の残流域( $O_{u+1}$ のノードに流入する $O_{u-1}$ 以下の枝の面積と $O_u \sim O_{u+1}$ 間の残流域の和)との和である。このように考えると $O_u$ の面積配分係数 $a_u$ は

$$a_u = 1 + \sum_{j=1}^{u-1} \frac{u+1 N_j}{u+1 N_u} \cdot \frac{\bar{A}_j}{\bar{A}_u} + \frac{\bar{A}_{o_u}}{\bar{A}_u} \cdot \sum_{j=1}^u \frac{u+1 N_j}{u+1 N_u} \dots\dots\dots (4.30)$$

となる。ここに、 $N_u$ は $O_u$ の枝数、 $u+1 N_j$ は $O_{u+1}$ のノードに流入する $O_{u-1}$ 以下の枝数、 $\bar{A}_u$ は $O_u$ のノードの面積、 $\bar{A}_{o_u}$ は $O_u \sim O_{u+1}$ 間の残流域の面積である。さらに、河道数に関する三つの法則(2章参照)が成りたつときは

$$a_u = (1 + \bar{A}_{o_u} / \bar{A}_u) + \sum_{i=1}^{u-1} \frac{1}{3^i \cdot a_{u-i}} \dots\dots\dots (4.31)$$

で与えられ、通常 $a_u > a_{u-1}$ 、 $\dots\dots$ 、 $> a_1$ であるが、ほぼ一定値であつて、集水面積比 $R_a$ とは

$$a_u = R_a / 3 \dots\dots\dots (4.32)$$

のような簡単な関係がある。

D 合成ピーク流量の期待値

$i$ コの合流点( $i+1$ コの流入枝)をもつた $O_2$ の1コのノードからのピークの期待値は、(4.26)式に面積配分係数 $a_1$ をかけることによつて得られる。ところで、 $i$ コの合流点をもつた $O_2$ のノード( $iC_2$ )の確率分布 $P(iC_2)$ は(2.15)式によつて $(\frac{1}{2})^i$ であるから、 $O_2$ のピーク流量の期待値 $E(q_{p_2})$ は、合流点数分布の加重平均によつて表わされ、

$$\begin{aligned} E(q_{p_2}) &= a_1 \cdot \bar{q}_{p_1} \sum_{i=1}^{N_1-1} (1 + i p_1) \cdot (\frac{1}{2})^i \\ &= a_1 \cdot q_{p_1} \cdot (1 + 2 p_1) \dots\dots\dots (4.33) \end{aligned}$$

となる。ここに、 $\bar{q}_{p_1}$ は $O_1$ の枝(セル)のピーク流量の平均値である。同様な計算をおこなえば、一般に $O_{u+1}$ のピーク流量の期待値は

$$E(q_{p_{u+1}}) = a_u \cdot (1 + 2 p_u) \cdot E(q_{p_u}) \dots\dots\dots (4.34)$$

または

$$E(q_{p_{u+1}}) = \prod_{u=1}^{k-1} a_u (1+2 p_u) \bar{q}_{p_1} \dots \dots \dots (4.35)$$

で与えられる。かくして、(4.22)式の具体的表現を得ることができた。

**E** 合成ピーク生起時刻の期待値

$O_1$  (セル) でのピーク生起時刻を  $\bar{\tau}_{p_1}$  とする。計算過程を省略 (地形則と B の仮定による) すると、 $O_2$  のノードの合成ピーク生起時刻の期待値  $E(\tau_{p_2})$  は

$$E(\tau_{p_2}) = \bar{\tau}_{p_1} + \bar{\tau}_1 \{1+2(1-\log 2)\} \dots \dots \dots (4.36)$$

で与えられる。ここに、 $\bar{\tau}_1$  は、 $O_2$  のノード内の隣接流入枝間のピークの伝播時間である。

一般に、 $O_u$  のノードの合成ピーク生起時刻  $E(\tau_{p_u})$  は、

$$E(\tau_{p_u}) = E(\tau_{p_{u-1}}) + \sum_{i=1}^{u-1} \bar{\tau}_i \{1+2(1-\log 2)\} \dots \dots \dots (4.37)$$

で与えられる。

**F** 地形パラメータとピークおよび合致測度

**a.** 地形パラメータとピークの関係

(4.37) 式内の  $\bar{\tau}_u$  は、確率計算によって

$$\bar{\tau}_u = \bar{L}_{u+1} / 2\bar{V}_{u+1} \dots \dots \dots (4.38)$$

で与えられる。ここに、 $\bar{L}_{u+1}$  は  $O_{u+1}$  の枝の長さ (河道長) であり、 $\bar{V}_{u+1}$  は  $O_{u+1}$  のノード内のピークの平均伝播速度であって、3章で述べた特性曲線法理論によって

$$\bar{V}_{u+1} = \{E(q_{p_u})\}^{1-p} / p \cdot K_u \dots \dots \dots (4.39)$$

で与えられる。さらに、 $\bar{\tau}_u$  と  $\bar{\tau}_{u-1}$  の関係は、(4.38) と (4.39) 式および  $E(q_{p_{u-1}}) / E(q_{p_u}) \approx \bar{A}_{u-1} / \bar{A}_u$  とおいて

$$\bar{\tau}_u / \bar{\tau}_{u-1} = (\bar{L}_{u+1} / \bar{L}_u) (\bar{A}_{u-1} / \bar{A}_u)^{1-p} (\bar{S}_u / \bar{S}_{u+1})^{p/2} (\bar{n}_u / \bar{n}_{u-1})^p \dots \dots \dots (4.40)$$

この値は、実河川の地形図解析と、各位数のノードでの粗度に関する検討によって得られる。上の関係を  $p = 0.6$  とおき、かつ地形則で表わせば

$$\bar{\tau}_u / \bar{\tau}_{u-1} = R_L \cdot R_a^{-0.4} \cdot S_s^{0.3} N^{0.6} \dots \dots \dots (4.41)$$

となる。すなわち、河道長比  $R_L$ 、面積比  $R_a$ 、こう配比  $R_s$  の地形パラメータと粗度比  $N (= \bar{n}_u / \bar{n}_{u-1})$  によって、異なった位数のノード内の隣接流入ピーク間の伝播時間の比を知ることができる。

**b.** 合致測度  $p_u$  の表現

B で導入した合致測度  $p_u$  を量的に表現しよう。まず、 $p_u$  は  $\bar{\tau}_u$  の指数関数と仮定して

$$p_u = e^{-\alpha \bar{\tau}_u}, \dots \dots \alpha > 0 \dots \dots \dots (4.42)$$

とおく。ここに、 $\alpha$  は、降雨ピーク付近の形状を表わす値である。

$$p_1 = e^{-\alpha \bar{\tau}_1} \equiv p \dots \dots \dots (4.43)$$

とおくと、(4.42) 式から  $\alpha = \text{const.}$  として

$$\left. \begin{aligned}
 & p_2 = p^{\bar{\tau}_2} / \bar{\tau}_1, \quad p_3 = p^{\bar{\tau}_3} / \bar{\tau}_1, \quad \dots\dots\dots p_u = p^{\bar{\tau}_u} / \bar{\tau}_1, \\
 \text{または} \\
 & p_2 = p^{\bar{\tau}_2} / \bar{\tau}_1, \quad p_3 = p_2^{\bar{\tau}_3} / \bar{\tau}_2, \quad \dots\dots\dots p_u = p_{u-1}^{\bar{\tau}_u} / \bar{\tau}_{u-1}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.44)$$

となる。

したがって、(4.41)式の関係を用いれば、合致測度群  $p_i$  ( $i=1, \dots, u$ ) のどれか 1 コの値を推定するか、あるいは仮定すれば他の位数の合致測度を算定することができる。

## G 検 討

A で述べたように、本節の河道分布システムに関する議論は、河域地形則が十分成りたつ前提にたっている。この前提は、一般には許されるものであるが、対象地点を含む位数の河道においては、流入枝のノード(支川流域)が少なく、またその性質が異なるから、A で述べた仮定が成りたたなくなる。

したがって、本節の理論はつぎのように考えるべきであろう。1). 流域地形のパラメータと合成ピークとの関係、または地形パラメータから合成ピークの概算。2). 対象地点ピークの算出にあたっては、対象地点の位数より 1~2 程度小さい位数の地点までに限定して用い、その下流では通常の洪水追跡法によるか、または別の方法による。その方法とは、流域を単位流域群と単位河道群によってモデル化し、また A での仮定をはずして単位流域どおし、あるいは単位流域と単位河道との力学的相関を考慮することによって対象地点のピークを算出するという方法である。<sup>4)</sup> この方法については別の機会に述べたい。

## 第 5 章 流出モデルの構成に関する一考察

前章まで、1 サイクル内の降雨の流出過程を対象にして流出のシステムを構成する部分システムおよびその相互関係について説明してきた。それは、1 サイクル内には、流出現象のすべてが現われるために、流出の全過程において、1 サイクル内のシステム構造が流出の全過程の核となるからである。

流出のモデルは、理想的には現象のすべてを忠実に表現しうるものが望ましい。

しかし、1 サイクル内のシステムに限ってもそれは極めて複雑な構造をもっており、そうした理想的モデルの作成は不可能といってよい。すなわち、流出のシステムは、“不確定さをもった非線形分布パラメータシステム”であって、不確定性の取り扱い、非線形システム的一般理論がないこと、さらには分布パラメータ (distributed parameter) システムを何らかの基準で集中パラメータ (lumped parameter) システム群におきなおす問題、どの一つをとっても、厳密な意味では絶望的な状況にあるからである。

本章では、前章までの結果と上述の事情を考えながら、実用的モデルの作成と流出解析にあたっての二・三の考察を加えておく。ただ、いわゆる“流出解析法”については、本論の範囲外でもあろうし、また多くの紙数を要するので別の機会に改めて説明したい。

## 5-1 目的別モデルの分類と基準

### A サイクルと目的別モデル

実用的モデルといっても、単に簡便なものをいうのではなく理想的モデル作成の不可能な状況との対比関係でいっているのである。こういうわけで、実用的モデルとは、流出現象のどの側面に焦点を合わせるか、つまりモデルの目標をどこにおくかということを目指すだけで、けっして簡便な方法をいうわけではない。もちろん、目標に適確に応じた形でモデルが簡単であるにこしたことはないが、目標の設定によってさまざまな困難な問題が生じてくる。

本項では、そうした問題点を指摘しておこう。

#### a. 目標とモデルの評価基準

流出モデルの目標は、大別して短期間流出と長期間流出の形態の量的把握にあるといつてよい。

前者は普通洪水流出を対象とし、後者は、最近ことに問題とされている水資源の開発・保全の面で重要である。

ところで、両者の目標は異なり、短期間流出がピーク流量とその生起時刻に重点をおくのに対して、長期間流出は対象とする期間の全波形の予測に重点がおかれる。

したがって、両者のモデルの評価基準は、当然ちがってくるが、つぎのように定式化できよう。

$$\text{短期間流出； } C_s = \text{Min}_{O_s} |Q_{pc}(T_{pc}) - Q_{po}(T_{po})|, \dots\dots\dots (5.1)$$

$$\text{長期間流出； } C_l = \text{Min}_{O_l} \varphi \left[ \sum_T \{Q_c(t_c) - Q_o(t_o)\} \right], \dots\dots\dots (5.2)$$

(5.1)式は、短期間流出のモデルが、算出されるピーク流量 $Q_{pc}$ および生起時刻 $T_{pc}$ と観測または実際のピーク流量 $Q_{po}$ および生起時刻 $T_{po}$ の差の絶対値を最小にするような変換オペレーター $O_s$ をもたなければならないことを意味する。

(5.2)式は、長期間流出が、対象とする期間 $T$ 内で算出される流量 $Q_c(t_c)$ と観測または実際の流量 $Q_o(t_o)$ の差の総和の関数 $\varphi$ を最小にするような変換オペレーター $O_l$ をもたなければならないことを意味する。

こうしたモデルの評価基準は、今日の諸流出解析法において明確に設定されていない。

あるとすれば、事事にもとずかない仮定や、物理的意義のあいまいなパラメータを任意にくり込んだり、変えたりしているのであって、それは、ここでいう評価基準の意味とはちがう。この問題は、システムの構造を明確にすることと直接つながる問題であって、重要な課題であろう。

#### b. 基準時間と基準面積

降水や流量が時間について離散的系列として扱われる以上、その時間間かくのとり方が問題である。これを基準時間というが、基準時間内では、モデルの目標をそこなり顕著な事象の変動があつてはならない。また、降水や流域のパラメータは、場所的に変化するから、そのlumpingが問題であつて、その面積を基準面積という。

基準時間と基準面積は、流出現象における時間的、空間的スケールの問題ともいえ、実際の

流出解析にあたって重要であるが、まだはっきりしていない。

短期間流出の場合、基準面積については、4-3において説明した  $S_1$  が一つの指標となろう。基準時間については、短期間流出と長期間流出では、非常にちがってくる。簡単に述べておくと、短期間流出ではピーク流量の伝播時間より小さくとること(5-2参照)、長期間流出では、降雨と流出の統計的対応の面から考えるべきである(5-3参照)。

#### c. 二つの目的別モデル

流出現象が、降雨と流量との対応という面で見れば、上記のように短期間流出と長期間流出の二つの流出モデルに区別することは、もともとおかしいのであるが現状はやむを得ない段階にある。

短期間流出モデルは、流出の1サイクル内の現象を量的にかなりの精度で把握することが要求され、したがって決定論的な接近が必要であること、長期間流出のモデルは、非常に多くのサイクルを対象とする以上、統計的な接近によらざるをえないことが主な理由である。

しかし、この二つのモデルは、まったく別個のものではなく、その基底は、本来同一であったただ、部分システムやパラメータの選択が目標に応じて変わるだけであるという点を強調しておこう。

### B 現在の方法

以上のような観点にたつて、現在の流出のモデルや解析法について検討と反省を加えておこう。

#### a. 短期間流出解析法

1) Sherman の提案以降、流出解析とくに洪水流出解析法として、単位図法は広く用いられるようになった、その後、単位図法概念にたつて三つの方向がとられるようになった。一つは、線形仮定にもとづいた Nash や Dooge の純数学的表現(瞬間単位図)であり、一つは、単位図の形状を解析的な形で表現しようとする Edson らの流出関数法であり、さらにいま一つは Sherman の思想、すなわち降雨と流出量の実測記録から対象流域の単位図を求めるというものである。流出現象について、本質的な知識を与えたのは、第三の方法であつて、それは、流出現象の非線形性を実証し、雨量階級ごとに単位図を変えるべきだとする石原・金丸らの仕事であつた。<sup>45)</sup>これは、その後米国工兵隊の、一流域においても降雨条件に応じて単位図群を作成すべきだという指摘<sup>46)</sup>あるいは Minshall の試験流域における結果<sup>47)</sup>とまったく同等のものであるし、さらに、最近の流出現象の非線形解析の先駆的研究として高く評価されてよい。

2) 短期間流出の実際的解析法として、比較的最近現われたものにパラメータ最適化法があげられる。この方法の概要については1-3 B に述べたが、要するに流出モデルにいくつかのパラメータ(物理的意義もある程度もつ)をくりこんで、コンピュータによるくりかえし演算によってその値を決めようとするものである。こうした考えの引金として、菅原らのタンクモデル法<sup>12)</sup>があげられよう。最近の Crawford らの Stanford watershed model<sup>9)</sup>や O'Donnel の研究<sup>10)</sup>は、パラメータの選択とその意義についてある程度の関心を払っている点およびコンピュータの駆使に特徴が認められる。木村の貯留関数法<sup>13)</sup>もわが国では広く用いられているが、貯留量と流量との1対1対応の仮定には問題があらうし、また実際的な面でも流入係数  $f$  の定め方、とくに  $f$  値がピーク流量に非常に強く影響するという点に難点が



ある。ただ、この方法は流出の非線形性をとり入れているという点では優れている。

- 3) 以上の短期間流出モデルについて問題点を指摘すればつぎのようである。Ⅰ) 評価基準、基準時間、基準面積などがいずれも明確にとり入れられていない。ただ、Dooge の線形理論が降雨の場所的分布を考慮している点、単位図法において単位時間のとり方の面で基準時間が考慮されていること、および無定義ではあるがその適用に際して流域面積の範囲が指定されている点を指摘しておく。しかし、流域パラメータの lumping の面からの基準面積の考慮はいまのところされていない。とくに問題となるのは、モデルの評価基準が定立されていない点であり、物理的モデルの適否の尺度のない現状では止むを得ないともいえるが、だからといって、観測値と計算値を合わせるためにモデルやパラメータを無定義に変えるという接近は許されないはずである。Ⅱ) いま一つの重要な問題点は、流出の非線形性である。先にも述べたように、貯留関数法はこの点を考慮しているが、パラメータに疑問があり、かつまた事象について単純化の程度がすぎている点 (over-simplification) にも問題がある。タンク・モデルやパラメータ最適化法は、非線形性を考慮しているとする説もあるが、むしろ機構の異なった線形要素の組み合わせまたはカスケードといった方が適切である。Ⅲ) 以上を要するに、短期間流出の諸モデルは実際のな面でも不完全であり、まして普遍性という点になると事象の基本理念にたちもどる必要があろう。

#### b. 長期間流出解析法 (統計モデル)

水水量、とくに降雨と流量の両系列の長期的な性状の解析については、大別して二つの方法がある。一つは、推計学的立場によるものであり、いま一つは時系列論的立場によるものである。

- 1) 推計学の基本はⅠ) 観測値は一定の確率分布にしたがう。Ⅱ) その分布にはいくつかの未知の母数を含んでいる。Ⅲ) 観測値から未知の母数の推測をおこなうの三点である。こうした推計学 (または小標本理論ともいう) の水文事象への適用はかなり古くからおこなわれているが、わが国では石原・岩井の研究が端緒であろう。<sup>48)</sup> その後、手法的に精密化されているが、<sup>49)</sup> 原理的には同等といってよい。
- 2) 時系列理論とは、事象 (系列) に時間をくみ入れたものである。すなわち、原系列から傾向変動、周期変動などを除いて定常化し (調和解析、移動平均あるいはコレログラムによる)、その残差系列を自己回帰系列 (または、Markov連鎖) として扱う手法である。この理論の水文事象に対する適用の先駆は、石原・上山の研究であろう。<sup>50)</sup> 最近の Brittan<sup>51)</sup>、Julian<sup>52)</sup> その他の研究も、原理的には石原・上山の研究と等しく、ただ系列変量として、日雨量 (流量) をとるか、年雨量 (流量) をとるかという変数のとり方の相違にすぎないと思われる。また、水文系列発生の一手法としてのモンテカルロ法も何ら異なる点はない。
- 3) 以上の統計モデルは、要するに標本に適用される “ルール” の問題として解釈すべきであろう。つまり、標本から自然現象について何を知るかではなく、標本から得られる知識にもとづいてどのような決定を下すかという判断の尺度とみるのである。これは、水工計画に当たって重要であるが、問題は “ひん度の安定性” が過去の記録の統計的性状から保証されるかということであって、この点が水文事象の統計モデルにおいて重大な課題となっている。
- 筆者らは、こうした難点をさけるために、降水系列と流量系列を別個に扱うのではなく、

流出機構をある程度考慮し、両系列の相関に注目した統計的方法（情報理論の応用）を検討している。その基底となる思想は、サイクル概念であって、ⅰ)長期間流出は、非常に多くのサイクルを対象としなければならないこと、ⅱ)1コのサイクル内の流出システムでも極めて複雑であるから長期間流出の場合には統計的接近によらざるを得ないこと、ⅲ)しかし、その場合でも流出機構を無視しない。ただ長期間流出解析の目標とバランスがとれるように部分システムあるいはパラメータの選択の程度をおとすという点にある。

### C 解析の対象流域

以下の2節では、上記の考察にもとづいて、短期間流出、長期間流出およびその統一という観点から、解析例を簡単にあげておく。

対象とする流域は、由良川上流流域の大野ダム地点（320 km、 $S_t \ll 1$ ）と福知山地点（1,250 km）の二つの地点である。なお、水文資料の制約の面から、短期間流出の場合は大野ダム地点（表-3）、長期間流出の場合は福知山地点を対象とし、水文資料は29、30、31年の3年間の日降水量と日流量を用いた。

表-3 解析に用いた水文資料

Data No.	Date	Amount of rainfall (mm)	Duration (hr)	Maximum rainfall intensity (mm/hr)	Maximum discharge (m <sup>3</sup> /s)	Initial discharge (m <sup>3</sup> /s)
O-1	1952-6-23	120	34	9.8	305	—
O-2	1952-7-7	154	100	22.7	737	20
O-3	1953-6-8	183	94	14.8	365	24
O-4	1953-7-5	211	145	12.3	363	24
O-5	1953-9-25	189	41	22.7	2395	—
O-6	1954-6-23	90	40	11.1	294	41
O-7	1954-6-30	96	44	18.0	562	49
O-8	1954-7-5	73	30	15.4	213	45
O-9	1954-7-30	99	45	16.2	156	20
O-10	1954-9-18	150	33	18.9	290	11
O-11	1956-7-1	105	52	10.6	254	28
O-12	1956-7-24	118	21	30.2	365	36
O-13	1956-9-27	125	50	9.8	343	15
O-14	1957-6-26	110	60	13.8	248	12
O-15	1957-7-4	108	58	18.3	243	28
O-16	1957-7-17	229	142	41.1	340	28
O-17	1957-9-12	125	66	5.6	173	20
O-18	1958-9-27	99	53	9.1	228	16
O-19	1959-8-9	118	38	14.2	114	—
O-20	1959-8-13	316	44	17.6	206	—
O-21	1959-8-14			30.7	1168	—
O-22	1959-9-26			32.5	1790	36

## 5-2 短期間流出 <sup>39, 39)</sup>

### A 中間流出の減部解析によって得られる流域パラメーター

中間流出の減部は、降雨条件の影響を直接うけないから、流出解析上有効な流域パラメーターに関する情報を与えてくれる。

4章で述べた中間流出機構から導かれる中間流出の減部の理論的解析によって、

$$r \cdot D = \{ e^{\lambda_2(t_2 - t_1)} - 1 \} i_e / \lambda_2, \dots\dots\dots (5.3)$$

$$\bar{r}_a = \lambda_2 r D, \dots\dots\dots (5.4)$$

$$L/f = t_2 - t_1, \dots\dots\dots (5.5)$$

の関係が得られる。ここに、 $t_1$ は地表面流出の消失時刻、 $t_2$ は中間流出の消失時刻であって、それぞれ流量曲線の第一折点と第二折点の時刻であり、 $\lambda_2$ は、 $t \geq t_1$  以後の中間流出の減指数であって、たとえば、Barnes の流出成分分離法 <sup>59)</sup> によって求めることができる。 $i_e$ は最終浸透能で、たとえば石原らの方法で求めることができる。このようにして、4-1において述べたシステム転移条件、表面流出の生起場の算定あるいは有効降雨強度算定の基礎となる  $rD$ 、 $\bar{r}_a$  および  $L/f$  の各値を観測または解析可能な量によって算定できる。

図-13は、その一例を示したもので、縦軸は直接流出流量、横軸は、ピーク流量の生起時刻を原点に取った時間である。この結果から、地下水流出(storm type)の減指数  $\lambda_3 = 0.0013$

(1/hr),  $\lambda_2 = 0.050$  (1/hr),

$t_2 - t_1 = 60$  時間程度であることがわかり、また、 $i_e$ は、 $0.23$  (mm/hr) ということになっている <sup>20)</sup>

以上の値と(5.3)、(5.4)および(5.5)式から結局、大野ダム地点では、 $rD = 120$  (mm)、

$\bar{r}_a = 6$  (mm/hr)、 $t_2 - t_1 = 60$  時間となる。なお、由良川福知山上流の各地点でもほとんど同様な値が得られた。

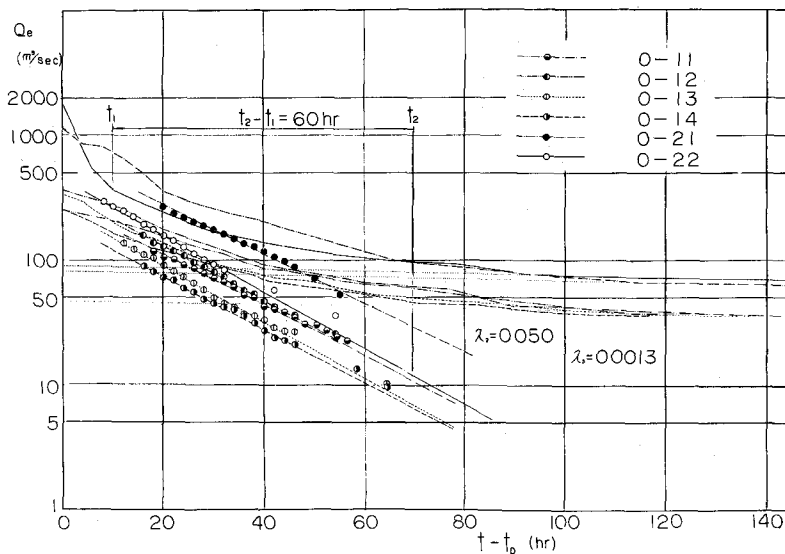


図-13 中間流出の減曲線

B 中間流出の特性とそのピーク流量

a. 中間流出の特性

図-14 は、A層内貯留量Sの実測値と線形仮定をおいた中間流出理論による計算値の時間変化を示したものである。大

出水の二例を除いて、

実測値と計算値はよく一致しており、中間流出を線形システムとしてよいことを意味する。O-21とO-22は大出水であって、

$$S/A \approx rD = 120\text{mm}$$

より上部は表面流出が発生しているから非線形システム(N

TVシステム)であ

って、線形性が成り立たないことを示す。

図-15 は、線形仮定をおいた中間流出のSの最大値  $S_p$  と  $S_p$  生起時刻の過剰降雨強度  $r_{es}$  との関係を示したものである。 $S_p$  は理論的に

$$S_p \approx Ar_{es}/\lambda_2 \dots\dots\dots (5.7)$$

となるが、 $S/A < 120(\text{mm})$  以下ではこの関係は実測値と一致し、 $S/A > 120(\text{mm})$  では成り立たない。

以上をまとめると、i) 中間流出のてい減部解析によって得られた(5.3)、(5.4)および(5.5)式が十分成りたつこと、

ii)  $rD < 120\text{mm}$  の中間流出領域では、線形性を仮定してよいこと、iii)  $rD \geq 120\text{mm}$  の表面流出発生領域では、非線形であるといえる。

b. 中間流出のピーク流量とシステム転移

中間流出を線形と近似すれば、中間流出の最大値  $Q_{ep}$  は、

$$Q_{ep} \approx \lambda_2 \cdot S_p \dots\dots\dots (5.7)$$

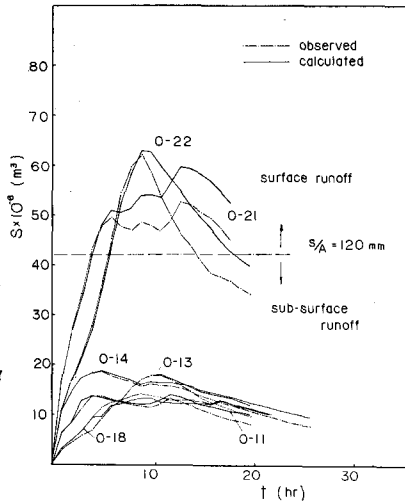


図-14 貯留量の時間変化

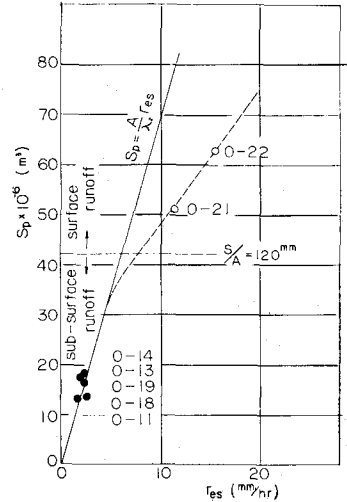


図-15 A層飽和貯留量と過剰降雨強度の関係

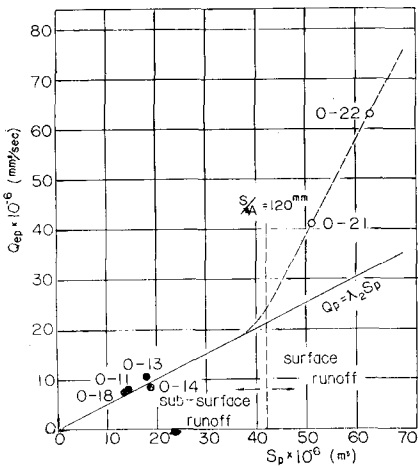


図-16 ピーク流量とA層飽和貯留量の関係

となる。この関係を検証したものが図-16であり、 $rD < 120\text{mm}$ 以下では、(5.7)式は実測値によくあっている。

さらに、中間流出( $\text{NTI}_c$ )から表面流出( $\text{NTV}$ )に転移するときのピーク流量 $Q_{eb}$ は、中間流出領域でのピーク群の最大値であり、それは、

$$Q_{eb} = \bar{r}_a A \quad \dots\dots\dots (5.8)$$

で与えられる。てい減部解析によって得られた $\bar{r}_a = 6(\text{mm/hr})$ を用いて算出すると $Q_{eb} = 580(\text{m}^3/\text{sec})$ 程度となる。この値は、てい減部曲線の図-13からみてもわかるようにピーク流量が $500 \sim 600(\text{m}^3/\text{sec})$ 程度以上になるとてい減部に表面流出領域が現われることから妥当といえる。また、システム転移の過剰累加雨量 $R_{eb}$ は、降雨の時間分布によってかなり変動するが、解析結果によるとほぼ $120\text{mm}$ 程度であって、 $rD$ の値と等しいと考えてよい。

c. 置換有効降雨

表面流出が発生する場合は、流出のパターンは $\text{NTI}_c \sim \text{NTV}$ となり(4-2参照)、生起場 $F$ が降雨条件によって時間とともに変化する。こうした事情は、実際的な流出解析に当って不便である。そこで、表面流出の生起場を一定すなわち流域面積 $A$ とし、一定値である $\bar{r}_a$ を変動量 $r_u$ に変換した方が便利である。この変換は、変動場 $F$ と一定場 $A$ の両者において同一時刻に同一流量を生じさせるという条件を満足させればよい。この条件は、(3.4)および(3.5)式の地表面流伝播式から(ただし、式中に含まれる $r_e$ を $r_f$ として)、ピーク流量の付近で $r_u$ をつぎのようにおけば近似的に満足させることができる。

$$r_u = \bar{r}_a - L_r (r_e + \bar{r}_a) \quad \dots\dots\dots (5.9)$$

$\text{NTI}_c \sim \text{NTV}$ パターンでは、有効降雨 $r_f$ をつぎに示す $r_f^*$ におきかえれば、 $F=A$ においてピーク流量とその時刻を推定することができる。

$$r_f^* = r_e + r_u \quad \dots\dots\dots (5.10)$$

なお、大出水のピーク付近では、 $r_f^*$ は観測降雨 $r$ に近づくことを指摘しておこう。

D ピーク流量とその到達時間

a. ピーク流量の発生条件

(3.4)および(3.5)式の $r_e$ を $r_f^*$ とおき、かつ $S_1 \ll 1$ の場合には、ピーク流量の発生条件はつぎのようになる。

$$\left( \frac{dT_e}{dt} \right)_{t=t_p} = 0 \quad \dots\dots\dots (5.11)$$

ここに、 $T_c$ は流量の伝播時間、 $t_p$ はピーク流量の生起時刻である。

これから、ピーク流量を発生する特性曲線の出発時刻 $\tau_p$ と到達時刻 $t_p$ の関係は

$$r_f^*(\tau_p) = r_f^*(t_p) \quad \dots\dots\dots (5.12)$$

で与えられる。

b. ピーク流量とその到達時間

以上の関係を用いれば、ピーク流量の到達時間  $t_{pc}$  は容易に求められ、また、これらが求められれば、

(3.7) 式の関係から

$$\left. \begin{aligned} t_{pc} &= KL^p / \bar{r}_{mp}^{1-p} \\ \bar{r}_{mp} &= \int_{t_{pc}} r_f^* dt / t_{pc} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.13)$$

であるから、 $t_{pc}$  とその間の有効降雨強度  $\bar{r}_{mp}$  の関係が普遍的に表現できることになる。ただし、 $NTI_c$  システムと  $(NTI_c \oplus NTV)$  システムに対応する  $L_r$  の意義は異なるから、ある流域の  $t_{pc} \sim \bar{r}_{mp}$  関係のすべてを知るためには、1 コの流量で減曲線と  $NTI_c$  システムおよび  $(NTI_c \oplus NTV)$  システムのピーク流量（水位でもよい）の生起時刻  $t_p$  が必要である。なお、ある出水が、 $NTI_c$  と  $NTI_c \sim NTV$  のどちらのパターンに属するか一つの判定法は、

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{r}_{mp} < \bar{r}_a &: NTI_c \text{ パターン} \\ \bar{r}_{mp} > \bar{r}_a &: NTI_c \sim NTV \text{ パターン} \end{aligned} \right.$$

である。

直接流出のピーク流量  $Q_{ep}$  は、

$$Q_{ep} = \bar{r}_{mp} A \dots\dots\dots (5.14)$$

で与えられる。

図-17 は、大野ダム地点で求めた  $t_{pc} \sim \bar{r}_{mp}$  関係であって、(5.13) 式の理論曲線とよく一致している。また、 $\bar{r}_{mp}$  が 6 (mm/hr) 付近で不連続となっており、これは  $\bar{r}_a$  の値に等しい。その意義は、システム転移の概念から明らかであろう。

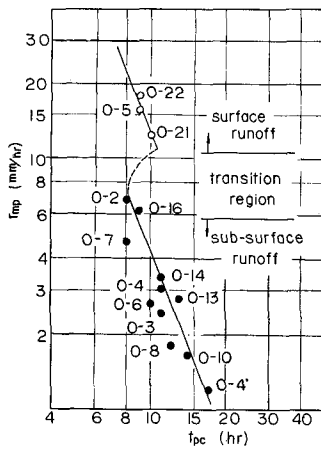


図-17 ピーク流量の伝播時間と平均有効降雨との関係

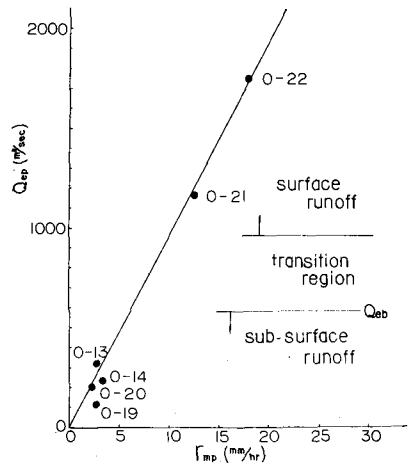


図-18 ピーク流量と平均有効降雨強度との関係

図-18 は、(5.14) 式と実測値との関係を示したものである。

### 5-3 長期間流出

#### A 流出システムの定常線形化

長期間流出は、多数の流出サイクルの水文事象を対象とする。こうした場合に用いられる一つの方法として、二つの系列（雨量系列と流量系列）の統計的相関を問題とする Wiener 流の情報理論がある。この理論の適用にあたっては、降水系列が定常であること、および変換システムが定常線形であることが要求される。

そこで、システムを定常化するために季節単位（冬；12～2月、春；3～5月、夏6～8月、秋；9月～11月）にわけ、また、線形化のために、非線形特性の強い表面流出成分を除去した。その方法は、前節の解析結果を用いて（ $rD = 120mm$ ）、日降水系列から120mm以上を除去し、また流量系列から中間流出の最大値を日流出高に換算し、それ以上の日流出高を除去するというものである。長期間流況を支配する成分が、中間流出と地下水流出の二成分である点を考えると上記のような表面流出の除去は実際のな面でも都合がよい。

#### B 降水系列の自己相関係数

降水系列の自己相関係数  $\varphi_{11}(\tau)$  は

$$\varphi_{11}(\tau) = \frac{\sum_{i=0}^N R(i) \cdot R(i+\tau)}{\sum_{i=0}^N R^2(i)} \quad \dots \dots \dots (5.15)$$

で表わされる。ここに、 $R(i)$  は  $i$  日の降水、 $N$  は対象とする日数で30日とした。図-19は、昭和29年の各季節（一点鎖線は冬期、二点鎖線は春期、実線は夏期、点線は秋期）および年間（太い実線）の  $\varphi_{11}(\tau)$  の算出結果である。この結果から降水系列は、季節単位、あるいは年単位でもランダムといえる。このことは30年、31年でも同様であり、また由良川流域内の他の二地点でも確かめられた。

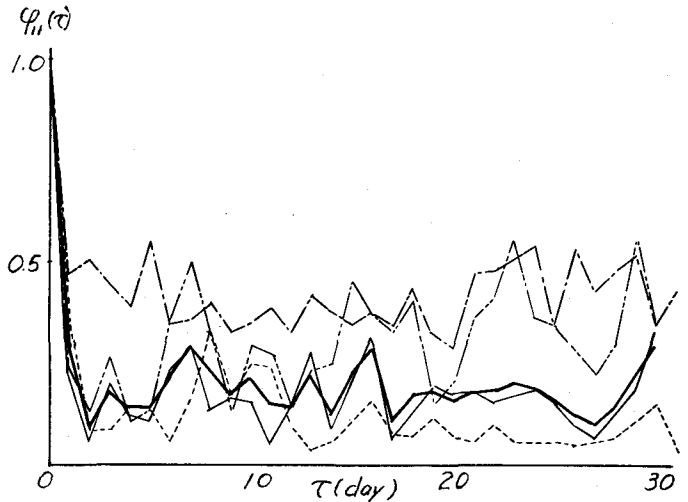


図-19 降水系列の自己相関係数

#### C 降水系列と日流量系列の時差相関係数

日降水系列  $R(i)$  と日流量系列（日流出高系列） $Q(i)$  との相互相関係数を時差相関係数  $\varphi_{12}(\tau)$  とよび

$$\varphi_{12}(\tau) = \frac{\sum_{i=0}^N R(i) \cdot Q(i+\tau)}{\sqrt{\sum_{i=0}^N R^2(i) \cdot \sum_{i=0}^N Q^2(i)}} \quad \dots \dots \dots (5.16)$$

で表わされる。昭和29年の算出結果を図-20に示した。

$\varphi_{12}(\tau)$  は、二つの系列の関連性を端的に表わす量であるが、つぎのような意義をもつ。1)  $\varphi_{12}(\tau)$  の値はある時間  $\tau=\tau_0$  でとくに大きくなる。これを降雨系列から流量系列への等価遅延時間とよび、これは降雨と流量の全波形を対象としたときの代表的なおくれ（長期間流出の場合の基準時間）ともいえる。図から、 $\tau_0$  はほぼ 1 日程度といえよう。他の年および他の二つの地点でも同様であった。2)  $\varphi_{12}(\tau_0)$  および  $\varphi_{12}(\tau)$  の波形は、両系列の対応の度合を示すものであるが、これは、季節および面積によってちがってくる。図からわかるように夏期と秋期は両系列の対応は強い。その理由は、夏期が梅雨期、秋期が台風期にあたるためである。これに対し冬期の両系列はまったく対応がないが、冬期の降水がほとんど雪のためである。また春期（融雪期）の対応も弱い。これは融雪流出が降水流出とかなり違った機構によるからであろう。以上の傾向は他の年および他の二地点でもほぼ同様である。

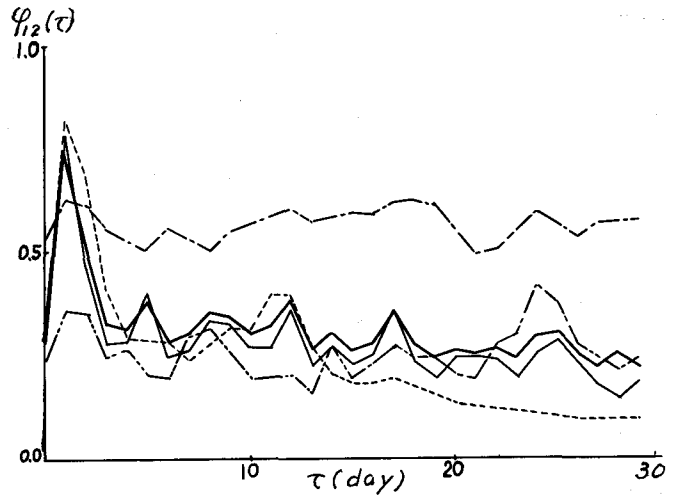


図-20 降水系列と流量系列との時差相関係数

る。面積的には、たとえば荒倉地点（ $150 \text{ km}^2$ ）と福知山地点（ $1250 \text{ km}^2$ ）の  $\varphi_{12}(\tau)$  の傾向にほとんど差がなかった。このことから長期間流出を対象とする場合の基準面積は、短期間流出のそれよりかなり大きくとってよいといえよう。

#### D 統計的単位関（最適応等関数）

ここでは長期間の日流量を算出または予測するためのオペレーターを求めよう。その原理は、計算流量  $Q^*(i)$  と実際の流量  $Q(i)$  との誤差の測度として対象期間  $n$  日内の平均 2 乗誤差を用い、それを最小にするようなオペレータ  $h(K)$  を求めるというものである。すなわち、

$$F = \text{Min}_{h(K)} \sum_{i=0}^N [Q(i) - Q^*(i)]^2 \quad \dots \dots \dots (5.17)$$

ここに、 $Q^*(i)$  は、A でシステムを線形化できたと考えると、

$$Q^*(i) = \sum_{k=0}^m h(k) \cdot R(i-k) \quad \dots \dots \dots (5.18)$$

で表わされる。ここに、 $m$  は降水が流量に影響を及ぼす日数である。（5.17）と（5.18）式から結局、

$$\varphi_{12}(j) = \sum_{k=0}^m h(k) \cdot \varphi_{11}(j-k) \quad \dots \dots \dots (5.19)$$

の関係が得られる。これは Wiener-Hopf の方程式の離散的表現である。 $\varphi_{11}(j)$ 、 $\varphi_{12}(j)$  は 前述した降水の自己相関係数および降水と流量の時差相関係数である。また、 $\varphi_{12}(\tau)$  に関する考察から  $m = 30$  日にとり、対象期間  $n$  としては各季節および年間の日数にとった。なお、（5.17）は（5.2）式に相当す



るものである。

算出結果の一例として、図-21に秋期の $h(K)$ を示した。他の地点、年および季節に対してそれぞれ $h(K)$ がかなり異なったが、これは定常化と、非線形要素の除去に検討すべき点があることを意味していよう。

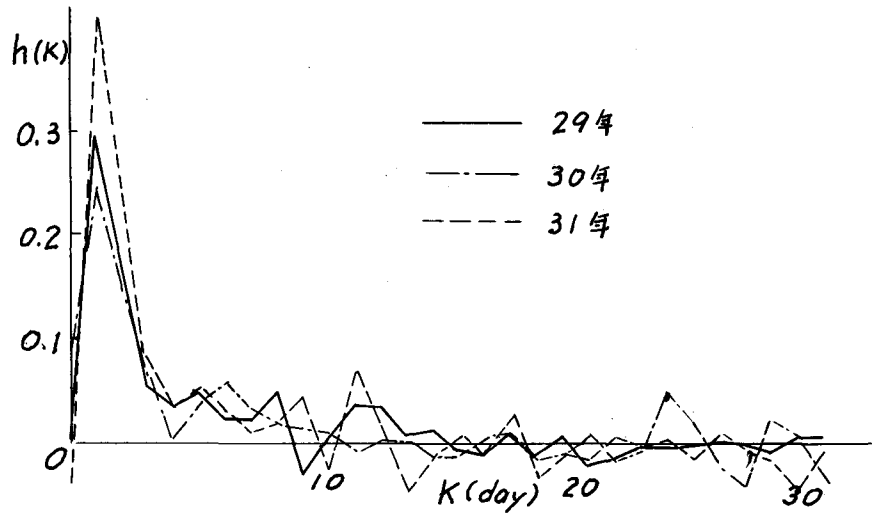


図-21

#### 参 考 文 献

- 1) Horton, R. E. : The Field, Scope and Status of the Science of Hydrology, Trans, AGU, Vol. 12, 1931.
- 2) Sherman, L. K. : Streamflow from Rainfall by the Unit-Graph Method, Eng. News Record, Vol. 108, 1932.
- 3) Hoyt, W. G. : An Outline of the Runoff Cycle, Penn. State Coll. Sch. Eng. Tech. Bull. 27, 1942.
- 4) Nash, J. E. : The Form of the Instantaneous Unit Hydrograph, Intern. Assoc. Sei. Hydrology, Pub. 45, Vol. 3, 1957.
- 5) Dooge, J. C. I. : A General Theory of the Unit Hydrograph, J. Geophys. Res., Vol. 64, No. 1, 1959.
- 6) Eagleson, P. S. : Flood Forecasting Networks, 土木学会関西支部での講演、1967, 6. 14.
- 7) Amococho, J., and G. T. Orlob : Nonlinear Analysis of Hydrologic Systems, Univ. Calif. Water Resources Center, Contribution No. 40, 1961.
- 8) Jacoby, S. L. S. : A Mathematical Model for Nonlinear Hydrologic Systems, J. Geophys. Res., Vol 71, No. 20, 1966.
- 9) Crawford, N. H., and R. K. Linsley : The Synthesis of Continuous Streamflow Hydrographs on a Digital Computer, Dept. of Civ. Eng.,

Stanford Univ., 1962.

- 10) David, R. D., and T. O'Donnel : Mathematical Models of Catchment Behavior, J. Hy. 4, Proc. ASCE, 1965.
- 11) Edson, C. G. : Parameters for retating Unit Hydrographs to Watershed Characteristics, Trans. Am. Geophys. Union, Vol. 32, 1951.
- 12) 菅原正己、丸山文行 : 雨量から流量を予知する方法について、水文諸量の予知に関する研究論文集、昭36.
- 13) 木村俊晃 : 貯留関数による洪水流出の追跡法とその河川計画への応用に関する研究、昭36.
- 14) Horton, R. E. : Erosional Development of Streams and their Drainage Basins, Hydrophysical Approach to Quantitative Morphology, Bull. Geol. Soc. Am., Vol. 56, 1945.
- 15) 土木学会 : 水理公式集、昭38年増補改訂版参照。
- 16) 農林省林業試験場 : 森林理水試験地報告、昭36.
- 17) Thornthwaite, C. W., and others : Report of the Committee on Transpiration and Evaporation, Trans. Am. Geophys. Union, Vol. 25, 1945.
- 18) 前出 16).
- 19) 前出 1).
- 20) Horton, R. E. : Analysis of Runoff-Plat Experiments with Varying Infiltration-Capacity, Trans. Am. Geophys. Unions, Vol. 20, 1939.
- 21) 石原藤次郎、田中要三、金丸昭治 : わが国における単位図の特性について、土木学会誌、第41巻、第3号、昭31.
- 22) Philips, J. R. : The Theory of Infiltration, Soil Sci., Vol. 83~85, 1957~1958.
- 23) 石原英雄 : 洪水演算機による出水とその調節に関する研究、昭33.
- 24) 石原藤次郎、高棹琢馬 : 雨水流出現象における損失機構について、土木学会第13回年次学術講演会概要、昭33.
- 25) 高棹琢馬、岸本貞夫 : 雨水流出の実験的研究、京大防災研究所年報、第4号、昭36.
- 26) Palmer, V. J. : Reterdance Coefficients for Low Flow in Channels lined with Vegetation, Trans. AGU, Vol. 27, 1946.
- 27) 前出 14).
- 28) Izzard, C. E. : Hydraulics of Runoff from Developed Surface, Proc. Highway Research Board, Vol. 26, 1946.
- 29) 岩垣雄一、末石富太郎 : 横から一様な流入のある開水路の不定流について、土木学会誌、第39巻、第11号、昭29.
- 30) 末石富太郎 : 特性曲線法による出水解析について、土木学会論文集、第29号、昭30.

- 31) 石原藤次郎、高棹琢馬：単位図法とその適用に関する基礎的研究、土木学会論文集、第 60 号、別冊(3-3)、昭34.
- 32) Dreibelbis, F.R.: Some Aspects of Watershed Hydrology as Determined Moisture Data, J. Geophys. Res., Vol.67, No.9, 1962.
- 33) 石原藤次郎、高棹琢馬：中間流出現象とそれが流出過程に及ぼす影響について、土木学会論文集、第 79 号、昭37.
- 34) 高棹琢馬、広本文泰、沢野寛治：中間流に関する実験的研究、土木学会第 19 回年次学術講演会概要、昭39.
- 35) 高木不折：低水流出の低減特性に関する研究、土木学会論文集、第 128 号、昭41.
- 36) Troxell, H.: The Influence of Ground-Water Storage on the Runoff, Trans. AGU., Vol. 34. No. 4. 1953.
- 37) 高棹琢馬：出水現象の生起場とその変化過程、京大防災研究所年報、第 6 号、昭38.
- 38) 石原藤次郎、石原安雄、高棹琢馬、頼千元：由良川の出水特性に関する研究、京大防災研究所年報、第 5 号 A、昭37.
- 39) 石原藤次郎、高棹琢馬：洪水流出過程の変換系について、京大防災研究所年報、第 7 号、昭39.
- 40) 前出 31).
- 41) 岩垣雄一、高棹琢馬：降雨および流域特性が流出関係に及ぼす効果について、京大防災研究所創立 5 周年記念論文集、昭31.
- 42) 前出 30).
- 43) 前出 5).
- 44) 高棹琢馬、瀬能邦雄：出水過程に及ぼす河道配列の影響、土木学会第 20 回年次学術講演会概要、昭40.
- 45) 石原藤次郎、金丸昭治：降雨条件の変動による単位図の変化について、土木学会論文集、第 32 号、昭31.
- 46) United States Army Engineer District, Baltimore; Unit Hydrographs, Civil Works Investigations Project, 152, 1963.
- 47) Minshell, N. E.: Predicting Storm Runoff on Small Experimental Watersheds., Trans. ASCE, Vol.127, pt.1, 1962.
- 48) たとえば、石原藤次郎、岩井重久：降雨曲線の決定に関する一統計的方法、建設工学、昭22.
- 49) たとえば、角屋陸：水文統計論、水工学シリーズ 64-02、土木学会水理委員会、1964.
- 50) 石原藤次郎、上山惟康：年最大量の長期変動について、土木学会誌、第 37 巻、第 9 号、昭 27.
- 51) Brittan, M. R.: Probability Analysis applied to the Development of Synthetic Hydrology for Colorado River, Colorado Univ, 1961.
- 52) Julian, P. R.: A Study of the Statistical Predictability of Stream-Runoff in the Upper Colorado River Basin, Colorado Univ., 1961.
- 53) Barnes, B. S.: Structure of Discharge Recession Curves, Trans. AGU, Vol. 14, 1933.