

不確実性を考慮する地上・レーダ雨量の合成法

佐山敬洋¹・立川康人²・寶 馨³

¹正会員 修(工) 京都大学防災研究所助手 社会防災研究部門(〒611-0011 宇治市五ヶ庄)

E-mail:sayama@flood.dpri.kyoto-u.ac.jp

²正会員 博(工) 京都大学防災研究所助教授 社会防災研究部門(〒611-0011 宇治市五ヶ庄)

³フェロー会員 工博 京都大学防災研究所教授 社会防災研究部門(〒611-0011 宇治市五ヶ庄)

共変量クリギング型逐次ガウシアンシミュレーションを用いた地上雨量とレーダ雨量の合成法を提案する。これは、レーダ雨量の空間分布特性を保持しつつ地上雨量と定量的に整合性の取れた降雨場を生成する手法である。生成する降雨場は推定の不確実性を加味しており、複数の降雨場を生成して流出モデルに入力すれば、降雨推定の不確実性に伴う流出予測の不確実性が分析できる。この手法を台風時の降雨イベントに適用し地上雨量で交差検証を行った結果、現業で用いられているダイナミックウインドウ法よりも降雨推定の誤差が小さいことがわかった。

Key Words : co-sGs, radar rainfall, cokriging, uncertainty, rainfall-runoff

1. はじめに

レーダ雨量を分布型流出モデルの入力値として用いることにより、より高い精度で流出を予測することが期待されている。また、近年の計算機能力の向上は、いつそう高度な分布型流出モデルの開発を可能にしている。にもかかわらず、その実用化が期待されたほど進まない背景には、レーダ雨量の誤差が地上雨量に比べて大きいことに加え、その誤差を定量的に評価できていないということに一因があると考える¹⁾。

定量的により高い精度をもつ地上雨量と、時空間的に高い分解能をもつレーダ雨量とを合成することは、レーダ雨量の推定誤差を小さくする有効な手段である^{2),3)}。現在、国土交通省レーダや気象庁レーダなど、わが国の実務レベルで採用されている合成法は、地上雨量とその雨量観測点を覆うグリッドセルにおけるレーダ雨量との比を空間的に内挿し、観測されたレーダ雨量にその比をかけるというものである^{4),5),6)}。一般に、こうした手法で得られる合成雨量は、特定のグリッドセル、すなわち地上雨量計を覆うグリッドセルのレーダ雨量に大きく依存する。一方、地上・レーダ合成雨量を統計的に求める方法として、多変量解析による方法^{7),8)}、共変量クリギングによる方法^{9),10),11)}、カルマンフィルタによる方法¹²⁾などが提案されている。米国で実務レベルで使用されている WSR-88D と呼ばれるレーダはこうした統計的方法を用いて地上雨量とレーダ雨量との合成を行っている¹³⁾。これらの手法の特徴は統計的に求まる最適値が各グリッドセルの地上・レーダ雨量の合成値となることであるが、例えば Krajewski⁹⁾の提

案した方法は各グリッドセルが共変量クリギングで求まる推定値となるため、一般に近傍のグリッドセルの値はほぼ等しい値をとる。つまり、推定される降雨場はレーダ観測によって得られる降雨場に比べて平滑化されたものとなる傾向があり、観測降雨場の空間特性を必ずしも保持しない。また、常に統計的に求まる最適値を推定値としており推定の不確実性を考慮していない。

降雨推定値の不確実性を定量的に求めることは、流出予測の不確実性を評価するうえで必要不可欠である。特に分布型流出モデルを対象とする場合、これまでには入力とする降雨場に適當な大きさのランダムノイズを加えるなどの方法が取られてきたが、降雨場に含まれる系統的な推定誤差の特性をどう表現するか、またその大きさをどのように設定するかといった問題があった。

本論は地上雨量の定量性とレーダ雨量の空間分布特性を保持する地上・レーダ雨量の合成法として、共変量クリギング型逐次ガウシアンシミュレーション(Cokriging-type Sequential Gaussian Simulation: co-sGs)を提案し地上・レーダ雨量の合成に適用する。このアルゴリズムは、共変量クリギングの主変数として地上雨量と推定済みの地上・レーダ雨量の合成値を、副変数としてレーダ雨量を用いるものである。また、共変量クリギングを実行する際に求まる推定値の誤差分散をもとにランダムにノイズを発生させて推定値に加えることにより、降雨推定の不確実性を考慮した地上・レーダ合成雨量を得る。この手法では既に推定の終了した値を次の推定値を求める際に順次用いる逐次シミュレーション¹⁴⁾の枠組みでノイズを加えるので、不確実性を

加味した合成降雨場が観測降雨場の空間分布特性を保つという利点を持つ。この手法を用いて、特定の地上雨量・レーダ雨量に対して発生する可能性のある複数の降雨場を生成し、それらを入力とした流出計算を実行すれば、その観測条件での降雨推定の不確実性がもたらす流出予測の不確実性を分析できることになる。

2. 共変量クリギング型逐次ガウシアンシミュレーションによる地上・レーダ雨量の合成法

本論が提案する co-sGs は、既推定値を主変数に含む共変量クリギングを用いて地上・レーダ雨量を合成する。ここでは、その共変量クリギングについて数学的背景を記述するとともに、その特徴をこれまでに提案された二種類の合成法(ダイナミックウィンドウ法⁴⁾、Krajewski によって提案された共変量クリギング法⁹⁾(以下、本論が提案する手法と区別して、コクリギング法と呼ぶ)と比較しながら論ずる。

(1) co-sGs による合成雨量の推定法

地上雨量とレーダ雨量とを合成する対象領域を Ω とする。 Ω 内の N 箇所で地上雨量観測を実施し、 ΔT の積算雨量を観測しているものとする。また、 Ω 内全域でレーダ雨量観測を実施し、全てのグリッドセルで ΔT の積算雨量を観測しているものとする。

図-1は co-sGs と後述するその他の手法がそれぞれどの位置の地上雨量・レーダ雨量を推定に採用するかを表した概念図であり、上段から入力情報である地上雨量、レーダ雨量、下段は出力情報である地上・レーダ合成雨量の対象領域 Ω を表している。

一般に、地上雨量の時間分解能はレーダ雨量のそれよりも粗いが、ここでは後述する地上雨量の時間補完によって両者が同じ時間分解能を持つことを想定する。いま地点 u における ΔT の積算降雨場を $Z(u)$, $u \in \Omega$ とすれば、観測によって得られる地上雨量 $G(u_i)$ とレーダ雨量 $R(u_j)$ は次のように書くことができる。

$$G(u_i) = Z(u_i) + \varepsilon_{G,u_i}, i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

$$R(u_j) = \frac{1}{|A_j|} \int_{A_j} Z(u) dA + \varepsilon_{R,u_j}, \quad j = 1, 2, \dots, M \quad (2)$$

ここで、 ε_{G,u_i} は地上雨量の観測誤差、 ε_{R,u_j} はレーダ雨量の観測誤差、 A_j は j 番目のグリッドセルの領域、 N, M はそれぞれ対象領域 Ω 内の地上雨量観測点の数とレーダ雨量の観測グリッドセルの数である。

推定対象地点 u_0 における地上・レーダ合成雨量の推定値 $V^*(u_0)$ は近隣の数地点で観測された地上雨量 $G(u_i)$ ($i = 1, \dots, n$)、推定対象地点を含むレーダ雨量

$R(u_j)$ ($j = 0, \dots, m$)、ならびにこの推定アルゴリズムによって順次推定される近隣数地点の地上・レーダ合成雨量 $V(u_j)$ ($j = 1, \dots, m$) の線形代数和で求まるものと仮定する。

$$V^*(u_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_{G,u_i} G(u_i) + \sum_{j=0}^m \lambda_{R,u_j} R(u_j) \\ + \sum_{j=1}^m \lambda_{V,u_j} V(u_j) \quad (3)$$

ここで、 λ_{G,u_i} 、 λ_{R,u_j} 、 λ_{V,u_j} はそれぞれ地上雨量、レーダ雨量、地上・レーダ合成雨量にかかる係数であり、共変量クリギングの問題はこれらの係数を求める問題である。

推定に採用する地上雨量のグリッドセル i の位置については、図-1 の co-sGs に示すように、まず推定する地点 u_0 (図中 $V(u)$ の ▲) を当該時間ステップでまだ推定の終了していないグリッドセルからランダムに選択し、その近隣から n 地点の地上雨量観測点 (図中 $G(u)$ の ●) をとる。また、推定に採用するレーダ雨量、地上・レーダ合成雨量のグリッドセル j については、推定点 u_0 の近隣から当該時間ステップで既に推定の終了しているグリッドセル (図中 $V(u)$ の灰色のグリッドセル) を m 地点 (図中 $R(u)$ の格子をかけたグリッドセル、図中 $V(u)$ の格子をかけたグリッドセル) とする。なお、レーダ雨量に関しては、推定地点のレーダ雨量 $R(u_0)$ が既知であるので、その値を変数のひとつとして加える。一方、地上雨量、地上・レーダ合成雨量に関しては、推定地点の値は未知であり、変数として加えることが出来ないことに注意する。

各グリッドセルの地上・レーダ雨量の合成値は、式(3)で求まる V^* にノイズを加えた値とする。その際、ノイズは共変量クリギングの実行過程で求まる推定値の誤差分散を分散にもつ正規分布からランダムに発生させたものとする。このノイズを加えて得た地上・レーダ合成雨量が $V(u)$ に新たに加えられ、推定の終了していないグリッドセルの合成雨量の推定に用いられる。

(2) co-sGs による推定手法と他の手法との比較

co-sGs が、このような方法で地上雨量、レーダ雨量、地上・レーダ合成雨量を推定に用いることの利点を、これまでに提案された他の手法と比較しながら以下に述べる。比較の対象として、国土交通省レーダのキャリブレーションに実務レベルで用いられているダイナミックウィンドウ法⁴⁾とコクリギング法⁹⁾による地上・レーダ雨量の合成法を取り上げる。図-1には上述の co-sGs の他、ダイナミックウィンドウ法、コクリギング法のそれぞれの手法がどの位置の地上雨量、レーダ雨量を推定に用いるかを図示している。

ダイナミックウィンドウ法は地上雨量 (図中 $G(u)$ の

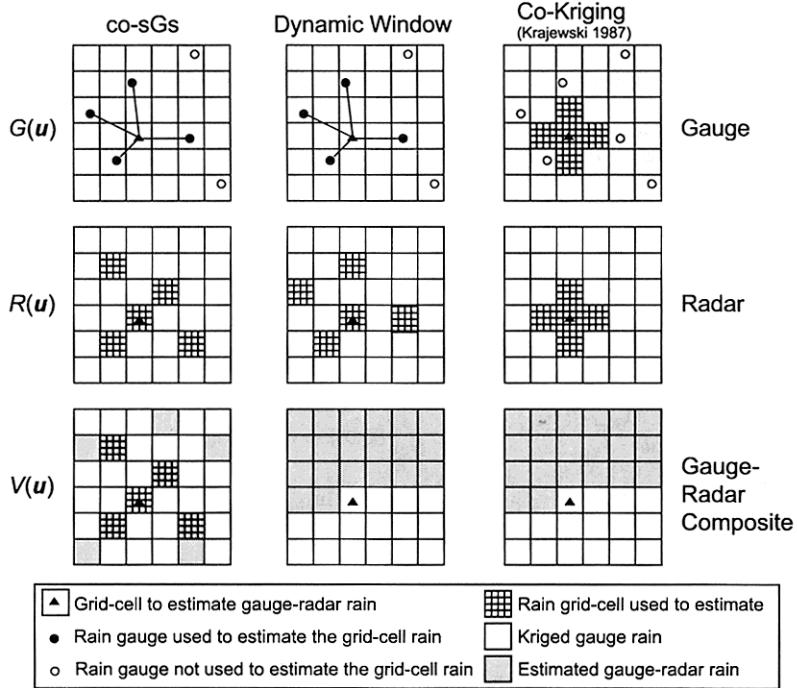


図-1 co-sGs, ダイナミックウィンドウ法, Cokriging 法による地上・レーダ雨量合成の概略図.

・) とその観測地点を覆うグリッドセルのレーダ雨量(図中 $R(u)$ の格子をかけたグリッドセル)との比を計算し、この地上・レーダ雨量比を重み付きで内挿して、推定するグリッドセル(図中 $V(u)$ の ▲)のレーダ雨量にかけあわせる。内挿に用いる地上・レーダ雨量比の地点数は降雨強度によって変化し、降雨強度が大きいときほど、より少ない地点、すなわちより推定点から近い点で得られる地上・レーダ雨量比を内挿に用いる。この手法では、常に特定のグリッドセルで観測されたレーダ雨量、すなわち地上雨量計の位置するグリッドセルにおけるレーダ雨量、および推定対象グリッドセルで観測されたレーダ雨量とが合成に用いられる。また、推定の不確実性は考慮しない。

コクリギング法はまず地上雨量(図中 $G(u)$ の ○)のみを用いて通常クリギングを行い、全てのグリッドセルの地上推定雨量を求める。次に推定の対象となるグリッドセル、およびその上下左右の計5ヶ所のグリッドセルにおける地上推定雨量(図中 $G(u)$ の格子をかけたグリッドセル)とレーダ雨量(図中 $R(u)$ の格子をかけたグリッドセル)をそれぞれ主変数、副変数に取り共変量クリギングを実行する。この手法では各グリッドセルの推定値が統計的根拠にもとづいて求められるが、変数として採用する5ヶ所のグリッドセル間のレーダ雨量にばらつきが小さい場合はレーダ雨量を副変数と

して用いる効果が小さく、結果として通常クリギングによって求まる地上推定雨量に類似した降雨場が得られる。また、ダイナミックウィンドウ法と同様、推定の不確実性は考慮していない。

co-sGsの特長を、これらの二つの方法と比較して、以下にまとめる。

- (a) ノイズを加えて得た既推定の地上・レーダ合成雨量の値(図中 $V(u)$ の灰色のグリッドセル)を共変量クリギングの主変数として用いることにより、観測によって得られた降雨場の空間分布特性を保持するように地上・レーダ雨量を合成することができる。
- (b) 既に推定の終了しているグリッドセル(図中 $V(u)$ の灰色のグリッドセル)の中から近隣のグリッドセル(図中 $V(u)$ の格子をかけたグリッドセル)を選び出し、その地点におけるレーダ雨量(図中 $R(u)$ の格子をかけたグリッドセル)を変数として採用することにより、特定のグリッドセルにおけるレーダ雨量を常に推定に用いることを避ける。これにより特定のグリッドセルに含まれるレーダ雨量の誤差が近隣に伝播することを防ぐ。

(3) co-sGs による推定アルゴリズム

式(3)で得られる推定値は推定誤差 $\varepsilon_{V\mathbf{u}_0}$

$$\varepsilon_{V\mathbf{u}_0} = V^*(\mathbf{u}_0) - V(\mathbf{u}_0) \quad (4)$$

を含む。係数 $\lambda_{G\mathbf{u}_i}$, $\lambda_{R\mathbf{u}_j}$, $\lambda_{V\mathbf{u}_j}$ は、推定誤差 $\varepsilon_{V\mathbf{u}_0}$ の平均値が 0 (不偏推定量の仮定), 分散が最小になるように決定する。

$$E[\varepsilon_{V\mathbf{u}_0}] = 0 \quad (5)$$

$$Var[\varepsilon_{V\mathbf{u}_0}] \rightarrow \min \quad (6)$$

式(4)の $V^*(\mathbf{u}_0)$ に式(3)の右辺を代入し、式(5)で表される不偏推定量の仮定より、

$$E \left[\sum_{i=1}^n \lambda_{G\mathbf{u}_i} G(\mathbf{u}_i) + \sum_{j=0}^m \lambda_{R\mathbf{u}_j} R(\mathbf{u}_j) + \sum_{j=1}^m \lambda_{V\mathbf{u}_j} V(\mathbf{u}_j) - V(\mathbf{u}_0) \right] = 0 \quad (7)$$

を得る。ここで、地点 \mathbf{u}_i における降雨の対象期間内の時間的な期待値は対象領域 Ω 内で一定 (*const.*) であるという定常性の仮定をおく。

$$E[Z(\mathbf{u}_i)] = const. \quad (\mathbf{u}_i \in \Omega) \quad (8)$$

また、地上雨量の時間的な期待値は地上・レーダ合成雨量の時間的な期待値と一致することを前提とし、

$$E[G(\mathbf{u}_i)] = E[V(\mathbf{u}_j)] \quad (9)$$

かつ、地上雨量の観測誤差にはバイアスがかからないこと

$$E[\varepsilon_{G\mathbf{u}_i}] = 0 \quad (10)$$

を仮定すれば、式(7)を以下のように書き換えることができる。

$$E[G(\mathbf{u}_i)] \left(\sum_{i=1}^n \lambda_{G\mathbf{u}_i} + \sum_{j=1}^m \lambda_{V\mathbf{u}_j} - 1 \right) + E[R(\mathbf{u}_j)] \sum_{j=0}^m \lambda_{R\mathbf{u}_j} = 0 \quad (11)$$

ここで、式(8)の定常性の仮定とは、降雨場を長時間にわたり時間積算した場合に、その積算降雨場が空間一様に近づくことを意味しており、各時刻の観測降雨場が空間的に一様になることを仮定したものではない。なお、式(11)を導出する過程で、レーダ雨量の誤差にはバイアスがかかるることを考慮し、

$$E[\varepsilon_{R\mathbf{u}_i}] \neq 0 \quad (12)$$

地上・レーダ合成雨量の時間的な期待値はレーダ雨量の時間的な期待値と一致することを前提としていないことに注意する。

$$E[R(\mathbf{u})] \neq E[V(\mathbf{u})] \quad (13)$$

これは、co-sGs がレーダ雨量の定量的な誤差を前提としたうえで、レーダ雨量の空間分布特性を保持しつつ

地上雨量と定量的に整合性のとれた降雨場を生成することを目的としているためである。

式(11)を満足する条件のひとつとして、

$$\sum_{i=1}^n \lambda_{G\mathbf{u}_i} + \sum_{j=1}^m \lambda_{V\mathbf{u}_j} = 1 \quad (14)$$

$$\sum_{j=0}^m \lambda_{R\mathbf{u}_j} = 0 \quad (15)$$

を得る。これにより、co-sGs の問題は式(14)と式(15)で示された条件付きの最小化問題(式(6))に帰着する。ラグランジュ未定乗数 $2\mu_1$, $2\mu_2$ を導入し、式(3)と式(4)を式(6)に代入することにより推定値の誤差分散を次のように書きなおす。

$$\begin{aligned} Var[\varepsilon_{V\mathbf{u}_0}] &= E \left[\left(\sum_{i=1}^n \lambda_{G\mathbf{u}_i} G(\mathbf{u}_i) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sum_{j=0}^m \lambda_{R\mathbf{u}_j} R(\mathbf{u}_j) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sum_{j=1}^m \lambda_{V\mathbf{u}_j} V(\mathbf{u}_j) - V(\mathbf{u}_0) \right)^2 \right] \\ &\quad + 2\mu_1 \left(\sum_{i=1}^n \lambda_{G\mathbf{u}_i} + \sum_{j=1}^m \lambda_{V\mathbf{u}_j} - 1 \right) \\ &\quad + 2\mu_2 \left(\sum_{j=0}^m \lambda_{R\mathbf{u}_j} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \lambda_{G\mathbf{u}_i} \lambda_{G\mathbf{u}_k} Cov[G(\mathbf{u}_i), G(\mathbf{u}_k)] \\ &\quad + \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^m \lambda_{R\mathbf{u}_j} \lambda_{R\mathbf{u}_k} Cov[R(\mathbf{u}_j), R(\mathbf{u}_k)] \\ &\quad + \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \lambda_{V\mathbf{u}_j} \lambda_{V\mathbf{u}_k} Cov[V(\mathbf{u}_j), V(\mathbf{u}_k)] \\ &\quad + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^m \lambda_{G\mathbf{u}_i} \lambda_{R\mathbf{u}_j} Cov[G(\mathbf{u}_i), R(\mathbf{u}_j)] \\ &\quad + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \lambda_{G\mathbf{u}_i} \lambda_{V\mathbf{u}_j} Cov[G(\mathbf{u}_i), V(\mathbf{u}_j)] \\ &\quad + 2 \sum_{j=0}^m \sum_{k=1}^m \lambda_{R\mathbf{u}_j} \lambda_{V\mathbf{u}_k} Cov[R(\mathbf{u}_j), V(\mathbf{u}_k)] \\ &\quad - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_{G\mathbf{u}_i} Cov[G(\mathbf{u}_i), V(\mathbf{u}_0)] \\ &\quad - 2 \sum_{j=0}^m \lambda_{R\mathbf{u}_j} Cov[R(\mathbf{u}_j), V(\mathbf{u}_0)] \\ &\quad - 2 \sum_{j=1}^m \lambda_{V\mathbf{u}_j} Cov[V(\mathbf{u}_j), V(\mathbf{u}_0)] \\ &\quad + Cov[V(\mathbf{u}_0), V(\mathbf{u}_0)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +2\mu_1 \left(\sum_{i=1}^n \lambda_{G\mathbf{u}_i} + \sum_{j=1}^m \lambda_{V\mathbf{u}_j} - 1 \right) \\
& +2\mu_2 \left(\sum_{j=0}^m \lambda_{R\mathbf{u}_j} \right)
\end{aligned} \tag{16}$$

ここで、 $Cov[G(\mathbf{u}), G(\mathbf{u})]$, $Cov[R(\mathbf{u}), R(\mathbf{u})]$ は 2 地点間の地上雨量, レーダ雨量の共分散を, $Cov[V(\mathbf{u}), V(\mathbf{u})]$ はそれぞれ地上・レーダ合成雨量の共分散を表している。また、 $Cov[G(\mathbf{u}), R(\mathbf{u})]$ や $Cov[G(\mathbf{u}), V(\mathbf{u})]$ などは地上雨量, レーダ雨量, 地上・レーダ合成雨量のいずれかの組み合わせの相互共分散を表している。

推定値の誤差分散を最小化する $\lambda_{G\mathbf{u}_i}$, $\lambda_{R\mathbf{u}_j}$, $\lambda_{V\mathbf{u}_j}$ を求めるために、式(16)の右辺を $\lambda_{G\mathbf{u}_i}$ ($i = 1, \dots, n$), $\lambda_{R\mathbf{u}_j}$ ($j = 0, \dots, m$), $\lambda_{V\mathbf{u}_j}$ ($j = 1, \dots, n$), μ_1 , μ_2 でそれぞれ偏微分して 0 とおくことにより、式(17)に示すクリギング方程式を得る。

(4) クリギング方程式とその解

式(17)は上記の手順で得られたクリギング方程式を行列表示したものである。

$$\begin{pmatrix}
Cov_{GG} & Cov_{GR} & Cov_{GV} & 1 & 0 \\
Cov_{RG} & Cov_{RR} & Cov_{RV} & 0 & 1 \\
Cov_{VG} & Cov_{VR} & Cov_{VV} & 1 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
\lambda_G \\
\lambda_R \\
\lambda_V \\
\mu_1 \\
\mu_2
\end{pmatrix}
= \begin{pmatrix}
Cov_{G0} \\
Cov_{R0} \\
Cov_{V0} \\
1 \\
0
\end{pmatrix} \tag{17}$$

ここで、 Cov_{GG} , Cov_{GR} , …, Cov_{VV} は分散・共分散行列であり、以下にその例として Cov_{GG} と Cov_{GR} を示す。

$$\begin{aligned}
Cov_{GG} &= \\
& \begin{pmatrix}
Cov[G(\mathbf{u}_1), G(\mathbf{u}_1)] & \cdots & Cov[G(\mathbf{u}_1), G(\mathbf{u}_n)] \\
\vdots & & \vdots \\
Cov[G(\mathbf{u}_n), G(\mathbf{u}_1)] & \cdots & Cov[G(\mathbf{u}_n), G(\mathbf{u}_n)]
\end{pmatrix} \\
Cov_{GR} &= \\
& \begin{pmatrix}
Cov[G(\mathbf{u}_1), R(\mathbf{u}_1)] & \cdots & Cov[G(\mathbf{u}_1), R(\mathbf{u}_m)] \\
\vdots & & \vdots \\
Cov[G(\mathbf{u}_n), R(\mathbf{u}_1)] & \cdots & Cov[G(\mathbf{u}_n), R(\mathbf{u}_m)]
\end{pmatrix}
\end{aligned}$$

また、 λ_G , λ_R , λ_V は未知数である λ の行列、 Cov_{G0} , Cov_{R0} , Cov_{V0} は推定対象地点と観測地点における降雨の共分散行列であり、それぞれ、以下のように書く

ことができる。

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\lambda}_G &= (\lambda_{G\mathbf{u}_1}, \dots, \lambda_{G\mathbf{u}_n})^T \\
\boldsymbol{\lambda}_R &= (\lambda_{R\mathbf{u}_0}, \dots, \lambda_{R\mathbf{u}_m})^T \\
\boldsymbol{\lambda}_V &= (\lambda_{V\mathbf{u}_1}, \dots, \lambda_{V\mathbf{u}_n})^T
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Cov_{G0} &= (Cov[G(\mathbf{u}_1), V(\mathbf{u}_0)] \\
&\quad \cdots Cov[G(\mathbf{u}_n), V(\mathbf{u}_0)])^T \\
Cov_{R0} &= (Cov[R(\mathbf{u}_0), V(\mathbf{u}_0)] \\
&\quad \cdots Cov[R(\mathbf{u}_m), V(\mathbf{u}_0)])^T \\
Cov_{V0} &= (Cov[V(\mathbf{u}_1), V(\mathbf{u}_0)] \\
&\quad \cdots Cov[V(\mathbf{u}_m), V(\mathbf{u}_0)])^T
\end{aligned}$$

式(17)の連立方程式から λ_G , λ_R , λ_V を求めて式(3)に代入すれば、 \mathbf{u}_0 における推定値 $V^*(\mathbf{u}_0)$ を得ることができる。

推定値の誤差分散は、式(16)において、式(17)の左辺に該当する項を式(17)の右辺の項に置き換えることにより求められる。例えば、式(17)の行列の 1 行目は n 行の式から構成されており、両辺に $\lambda_{G\mathbf{u}_i}$ を掛けて全ての行を足し合わせれば、式(18)のように書きなおすことができる。

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \lambda_{G\mathbf{u}_i} \lambda_{G\mathbf{u}_k} Cov[G(\mathbf{u}_i), G(\mathbf{u}_k)] \\
& + \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^m \lambda_{G\mathbf{u}_i} \lambda_{R\mathbf{u}_j} Cov[G(\mathbf{u}_i), R(\mathbf{u}_j)] \\
& + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \lambda_{G\mathbf{u}_i} \lambda_{V\mathbf{u}_j} Cov[G(\mathbf{u}_i), V(\mathbf{u}_j)] \\
& + \mu_1 \sum_{i=1}^n \lambda_{G\mathbf{u}_i} \\
& = \sum_{i=1}^n \lambda_{G\mathbf{u}_i} Cov[G(\mathbf{u}_i), V(\mathbf{u}_0)]
\end{aligned} \tag{18}$$

式(18)の左辺の項は式(16)の左辺の項の一部であることがわかる。同様にして得られる式を式(16)の左辺に代入することにより、推定値の誤差分散は式(19)のように求められる。

$$\begin{aligned}
Var[\varepsilon_{V\mathbf{u}_0}] &= Cov[V(\mathbf{u}_0), V(\mathbf{u}_0)] \\
&\quad - \sum_{i=1}^n \lambda_{G\mathbf{u}_i} Cov[G(\mathbf{u}_i), V(\mathbf{u}_0)] \\
&\quad - \sum_{j=0}^m \lambda_{R\mathbf{u}_j} Cov[R(\mathbf{u}_j), V(\mathbf{u}_0)] \\
&\quad - \sum_{j=1}^m \lambda_{V\mathbf{u}_j} Cov[V(\mathbf{u}_j), V(\mathbf{u}_0)] - \mu_1
\end{aligned} \tag{19}$$

この誤差分散の値を用いて平均値ゼロの正規乱数を発

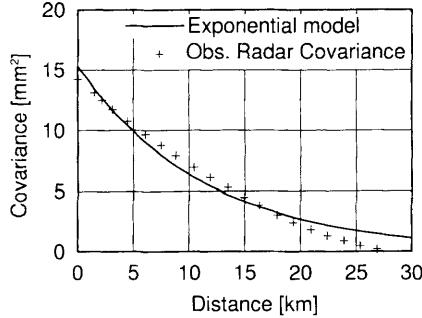


図-2 レーダ雨量の共分散に指数型共分散関数をあてはめた例.

生させる。その値を $V^*(\mathbf{u}_0)$ に加えた値が最終的な地上・レーダ合成雨量となる。ただし、正規乱数をえた値が負となる場合は当該グリッドセルの地上・レーダ合成雨量はゼロとした。

(5) 共分散関数

これまでの議論で用いてきた Cov は、上述のとおり 2 地点間の降雨の共分散、相互共分散を表している。ただし、実際には領域 Ω 内のあらゆる 2 地点間で共分散や相互共分散を求めることが難しく、クリギング問題では通常、確率場 $Z(\mathbf{u})$ の二次定常性と等方性を仮定し、共分散・相互共分散を対象とする 2 地点間の距離の関数で表す¹⁵⁾。ここで、二次定常性の仮定とは、ある確率場の期待値と分散値がともに移動不変であるとし、上述の式 (8) と以下に示す式 (20) が共に成立する仮定である。

$$Cov[Z(\mathbf{u}_0 + \mathbf{h}), Z(\mathbf{u}_0)] = C(\mathbf{h}) \quad (20)$$

ここで、 \mathbf{h} は任意の方向、長さを持つベクトルであり、 $C(\mathbf{h})$ は共分散、相互共分散を距離の関数として表す共分散関数である。本論は、ある距離までの降雨分布の空間相関が指数関数でよく表現できることから^{16), 17)}、式 (21) に示す指数型共分散関数を仮定し、後述する方法で観測値からパラメータ a, b を推定する。

$$C(\mathbf{h}) = b \exp\left(-\frac{|\mathbf{h}|}{a}\right) \quad (21)$$

図-2 にレーダ雨量の共分散に指数型共分散関数をあてはめた例を示す。これは、後述する適用例において計算開始時刻より 19 時間後から 20 時間後の 1 時間積算したレーダ雨量を用いて求めた結果である。共分散を求める離間距離の間隔を 1.5 km とし、全ての雨量の組み合わせから共分散を求めている。図-2 より、離間距離が 20 km 以内では指数型共分散関数が観測値によく適合することがわかる。一方、離間距離がそれ以上

長くなると、観測により求めた共分散の値は 0 に近づき、共分散関数が適合しなくなる。同様の傾向は地上雨量の共分散、地上雨量とレーダ雨量との相互共分散でも見受けられた。

3. 地上・レーダ雨量の具体的な合成アルゴリズム

co-sGs により地上雨量とレーダ雨量とを合成するアルゴリズムを述べる。本論で用いた地上雨量とレーダ雨量の時間ステップは、それぞれ 1 時間と 5 分であり、5 分毎の地上・レーダ合成雨量を推定することを目的とする。なお、本論の適用例はオフラインでの合成例であるが、オンラインで地上・レーダ雨量を合成する際は、地上雨量を入手した時点で以下に示す合成アルゴリズムを実行する。

(1) 共分散関数のパラメータ推定

地上雨量が 1 時間に得られるため、共分散関数のパラメータは 1 時間に推定することとする。そのため、まずレーダ雨量を 1 時間積算し、地上雨量の時間間隔とあわせる。次に以下の手順を 1 時間毎に行う。

- レーダ雨量のグリッドセルと一致するように地上雨量を通常クリギングを用いて内挿する。この際の共分散関数は式 (21) で表される指数型共分散関数を用い、そのパラメータ a, b は当該時刻の観測地上雨量より最小二乗法で推定する。
- 通常クリギングによって内挿した地上推定雨量の降雨場と 1 時間積算したレーダ雨量の降雨場を用いて、各時間ステップで対象領域内全てのグリッドセルの組み合わせから地上雨量、レーダ雨量のそれぞれの共分散、および、地上雨量とレーダ雨量との相互共分散を計算する。この際、レーダが雨量を観測していないグリッドセルは計算から除外する。これは、後述する合成雨量の推定においてレーダ雨量がゼロを観測しているグリッドセルは推定から除外し、先駆的にゼロとするためである。
- 地上雨量とレーダ雨量の共分散、および、地上・レーダ雨量の相互共分散について、それぞれ式 (21) に示した指数形の共分散関数をあてはめ最小二乗法でパラメータ a, b を推定する。なお、対象領域内で雨量がほとんど観測されていない時間帯は、信頼性の高い共分散関数のパラメータを推定することが難しいため、共変量クリギングの精度も低くなる。本論の適用例では降雨を観測した雨量計が 10 地点以内の時間帯は、地上・レーダ雨量の合成は行わず、レーダ雨量の値をそのまま合成値とみなしている。

(2) 降雨場の推定

地上・レーダ雨量の合成は5分毎に行う。そのため、まず地上雨量をレーダ雨量と同じ5分間隔に時間内挿する。この際、1時間間隔の地上雨量をいかに5分間隔に変換するかが問題となるが、ここでは対象とする地上雨量の位置するグリッドセルにおけるレーダ雨量の1時間内の時間分布を調べ、地上雨量をその分布に比例配分する。時間内挿して得られた5分毎の地上雨量とレーダ雨量を用いて、以下に示す手順で地上・レーダ雨量の合成を行う。以下に示す手順は5分毎に行う。

- 対象領域内のグリッドセルのうち、レーダが雨を観測していないグリッドセルはその地上・レーダ合成雨量をあらかじめゼロと置く。
- 対象領域内のグリッドセルから推定の対象となる点 \mathbf{u}_0 をランダムに選択する。
- 推定対象点 \mathbf{u}_0 から近隣の地点を優先的に、それぞれ地上雨量観測点 ($\mathbf{u}_{G_i} : i = 1, \dots, n$) と既に推定した点 ($\mathbf{u}_{V_j} : j = 1, \dots, m$) を探索する。なお、本論の適用例では n を4、 m の最大値を5とし、推定対象点から相関関係がある20km以内の点のみを採用することにした。 n と m の個数については、計算時間と精度とのトレードオフの関係から現実的な値として決めた。なお、推定点の周辺に既推定点が存在しない場合は、共変量クリギングにおいて既推定値 $V(\mathbf{u})$ とレーダ雨量 $R(\mathbf{u})$ は変数に含まれず、地上雨量のみを用いる。
- (c) で選択した地上雨量観測点 ($\mathbf{u}_{G_i} : i = 1, \dots, n$) における地上雨量、および既推定点 ($\mathbf{u}_{V_j} : j = 1, \dots, m$) における既推定量(地上・レーダ合成雨量)とレーダ雨量、さらに、推定対象地点 \mathbf{u}_0 におけるレーダ雨量を用いて、2.で示した方法に従つて共変量クリギングを実行し、 \mathbf{u}_0 における推定値 $V^*(\mathbf{u}_0)$ を求める。
- 推定値の誤差の分散 $Var[\epsilon_{V\mathbf{u}_0}]$ を式(19)によって計算し、この値を分散にもつ正規分布からランダムにノイズを発生させ、推定値 $V^*(\mathbf{u}_0)$ に加える。この値を当該グリッドセルにおける地上・レーダ雨量の合成値とする。上述の通り、co-sGsでは推定の終了した地上・レーダ合成雨量を順次推定の変数として用いるが、その場合の地上・レーダ合成雨量はノイズを加えた合成値であることに注意する。
- (b) から (e)までの手順を対象領域の推定が全て終了するまで繰り返すことにより、各時間ステップの地上・レーダ合成雨量の降雨場を生成する。さらに、これを対象時間内の全ての時間ステップで実行し、地上・レーダ合成雨量の時空間分布を得る。

4. 降雨場推定の結果と考察

(1) 計算条件

1990年9月19日0時から21日0時までの48時間に観測された台風22号の降雨を対象にco-sGsとダイナミックウィンドウ法を用いて地上・レーダ雨量を合成する。対象とする領域は近畿地方の淀川流域(枚方上流)であり、流域面積は7,281 km²である。合成に用いた降雨データは対象流域内58地点で観測された地上雨量と国土交通省深山レーダによって観測されたレーダ雨量であり、時間分解能は地上雨量が1時間、レーダ雨量が5分、深山レーダの空間分解能は1990年当時3km×3kmである。深山レーダの位置は図-3の星印で示したように淀川流域の西側に位置している。また、雨滴定数の B と β はそれぞれ当時の運用値である190と1.7を用い、式(22)によりレーダ反射因子(Z)を降雨強度(R)に変換した。なお、深山レーダは仰角可変の3次元レーダであるが、本論では最低仰角(0.8°)で観測されたデータのみを使用した。

$$Z = BR^\beta \quad (22)$$

(2) 地上・レーダ雨量合成結果

図-3は計算開始時刻から10時間後、15時間後、20時間後、25時間後の5分平均の降雨強度分布を表した図であり、上段からco-sGsによる合成結果、ダイナミックウィンドウ法による合成結果、入力情報であるレーダ雨量の降雨分布、同じく入力情報である地上雨量の最近隣分布を表している。また、図-4と図-5は両者の合成法によって得られた流域平均降雨強度の時系列を示している。なお、図-4と図-5には地上雨量とレーダ雨量の時系列も併記している。

まず、図-4または図-5をもとに入力情報である地上雨量とレーダ雨量とを比較すると、計算開始時刻から15時間後ぐらいまでは地上雨量とレーダ雨量は流域平均雨量が比較的よく適合しているのに対し、20時間後から25時間後ぐらいまではレーダ雨量は地上雨量に比べて過小評価していることがわかる。このことは、図-3における20hや25hのレーダ雨量(Radar)と地上雨量(Gauge)とを比較しても明らかである。本論では、レーダ雨量はより詳細な空間分布特性を表現しているが、定量的には地上雨量と比べて観測誤差が大きいと考え、ダイナミックウィンドウ法とco-sGsがいかにレーダ雨量の空間分布特性を保持しつつ、定量的に地上雨量と整合性のある合成雨量を生成できるか、という観点で考察を行う。

計算開始時刻から10時間、15時間後のダイナミックウィンドウ法の結果は、図-3(Dynamic Window: 10h, 15h)に示すように、レーダ雨量の降雨分布パターン

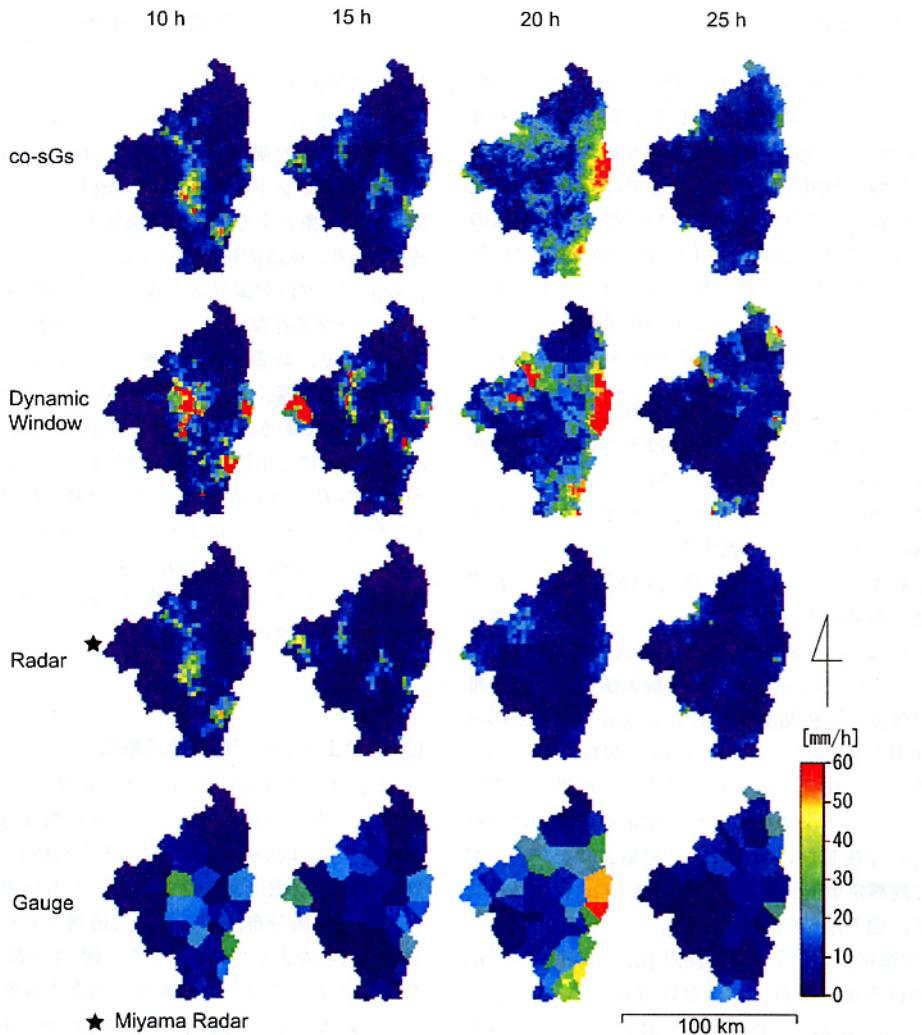


図-3 co-sGs とダイナミックウィンドウ法による地上・レーダ雨量の合成結果：1段目は co-sGs による合成結果、2段目はダイナミックウィンドウ法による合成結果、3段目と4段目は入力情報であるレーダ雨量と地上雨量の最近隣分布を表している。

よりも地上雨量を最近隣分布させた降雨パターンに近いことがわかる。また、降雨強度が 200 mm/h を超えるようなきわめて大きな値がいくつかのグリッドセルで推定されている。一方、co-sGs の結果は、図-3 (co-sGs : 10 h, 15 h) に示すように、降雨の空間分布がレーダ雨量のそれに近いものになっている。15 時間後の図では流域の中心あたりから東側にかけて若干レーダ雨量が地上雨量に比べて小さくなっているが、この部分は定量的に地上雨量と整合性がとれるよう上方修正できている。

計算開始時刻から 20 時間後、25 時間後のダイナミックウィンドウ法による結果は、図-3 (Dynamic Window

: 20 h, 25 h) に示すように、より鮮明に地上雨量の最隣区分による降雨強度パターンが現れている。これは、ダイナミックウィンドウ法が降雨強度が大きくなればなるほどより少ない地点の地上・レーダ雨量比を内挿に用いるという性質をもつためである。この適用例のように降雨強度が 40 mm/h を超えるような激しい雨のときには、遠距離の地上・レーダ雨量比を利用しないという特性があり、1 地点または 2 地点において観測された地上・レーダ雨量比を内挿するため、不連続面が発生したり精度が低下することになる。さらに、図-5 より、ダイナミックウィンドウ法は降雨強度の大きい時間帯において、合成結果が地上雨量に比べて大き

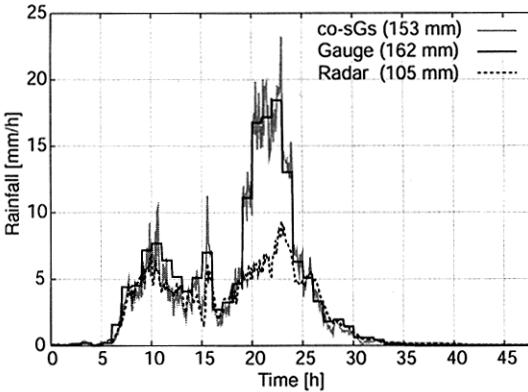


図-4 対象領域の雨量時系列：co-sGsによる地上・レーダ雨量結果。

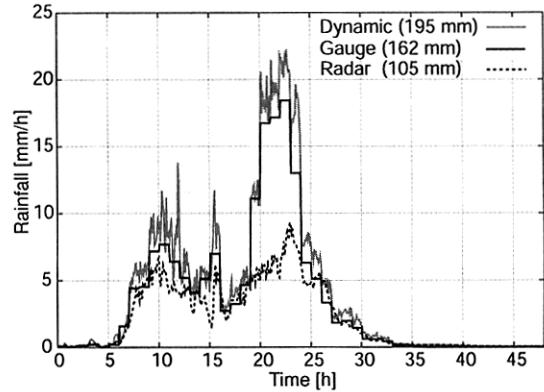


図-5 対象領域の雨量時系列：ダイナミックウィンドウ法による地上・レーダ雨量結果。

くなることがわかる。これは同法がより降雨強度の大きい地点の地上・レーダ雨量比に、より大きな重みを設定して内挿を行うためであり、適用例のように降雨強度が大きい地点ほど地上・レーダ雨量比が大きくなるケースでは、結果として内挿する地上・レーダ雨量比が大きくなり、そのためダイナミックウィンドウ法は降雨強度が大きいほど過大評価する傾向を持つ。

同時刻のco-sGsの結果は、図-3 (co-sGs : 20 h, 25 h) に示すように、レーダ雨量の空間分布を保持しつつ、地上雨量と定量的に整合性を保つような降雨場となっている。このことは図-4において、co-sGsによる合成降雨量と地上雨量との流域平均雨量がよく一致していることからも明らかである。ただし、20時間後の流域中央部のようにレーダ雨量の分布と完全に一致しない領域がある。これは推定時に加える誤差成分によるものであり、このように、co-sGsの結果は条件付きでランダムに降雨場を生成した際のひとつの実現値のあることに注意する。

(3) 交差検証

co-sGsとダイナミックウィンドウ法による地上・レーダ合成雨量の精度を検証するため、以下に示す方法で交差検証を行った。図-6はその交差検証の概念図である。以下に交差検証の手順を述べる。

- 図中の "Exclude a raingauge" に示すように、推定に用いる地上雨量をひとつ減らして地上・レーダ雨量の合成を実行する。
- 図中の "Compare the estimation with the excluded raingauge" に示すように、除いた地上雨量 $G(u_i)$ とその位置で推定された合成雨量 $V_i^*(u_0)$ から誤差 (ERR) を計算する。

$$ERR_i = V_i^*(u_i) - G(u_i) \quad (23)$$

(c) 本論では58ヶ所の観測地点における地上雨量を推定に用いている ($N = 58$) ので、(a), (b)の作業を全ての地上雨量観測地点で実行し、平均誤差 (ME) と平方根平均平方誤差 ($RMSE$) を計算する。なお、全ての指標は時間雨量を対象として計算し、降雨量の多い計算開始時刻 20 時間後から 25 時間後までの平均の ERR , ME , $RMSE$ を求めた。

$$ME = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N ERR_i \quad (24)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N ERR_i^2} \quad (25)$$

図-7はco-sGsとダイナミックウィンドウ法の交差検証の結果をまとめた図である。縦軸は各地上雨量観測地点で計算された ERR [mm/h] であり、これがゼロに近いほうが望ましい。図中の横方向の並び方は、ダイナミックウィンドウ法の ERR が小さい地上観測点の順であり、同じ観測地点におけるco-sGsとダイナミックウィンドウ法の結果を縦方向に一列に示している。ランダム成分が加わるco-sGsはその都度実現値が異なるので交差検証を5回実行し、全ての結果をプロットしている。なお、 ME や $RMSE$ はその5回の平均値とした。以下に交差検証の結果をまとめる。

- co-sGsの方がダイナミックウィンドウ法よりも ME や $RMSE$ の値が小さく、バイアスが少ない(表-1を参照)。ただし、推定値にノイズを加えているため、合成雨量のそれぞれの実現値と地上雨量とを比較した場合、その誤差が大きくなることもある。
- co-sGsによる5回の実現値どうしの値のばらつきはそれほど大きくななく、推定降雨強度の最大値と最小値の差の平均は3.5 [mm/h] である。

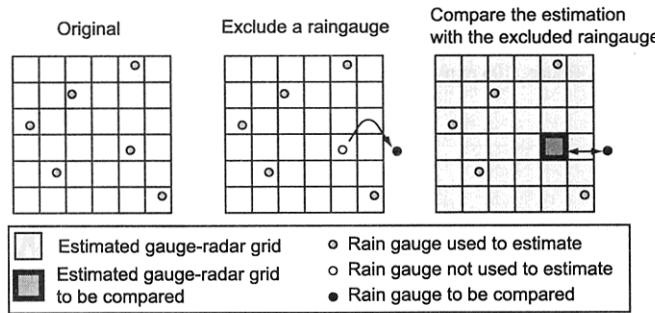


図-6 交差検証の概念図：推定に用いる地上雨量をひとつ減らして地上・レーダ雨量を合成し、除いた地上雨量とその位置での推定された合成雨量とを比較する。この作業を全ての地上雨量観測地点で実施する。

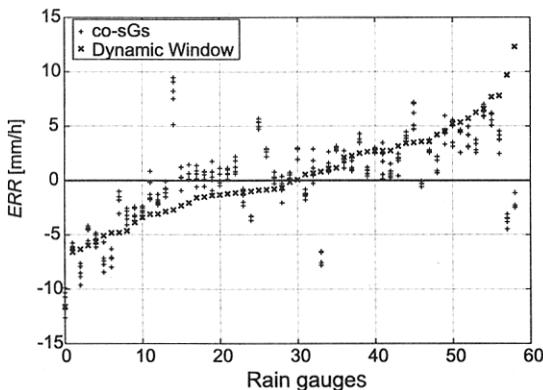


図-7 co-sGs とダイナミックウィンドウ法の誤差の比較。

- (c) 同地点におけるダイナミックウィンドウ法と co-sGs の誤差はその符号や大きさなど同じ傾向を示す。
- (d) ダイナミックウィンドウ法が +5 [mm/h] 以上の正の誤差を示す地点において、co-sGs は誤差がそれより小さくなる傾向が見られるが、-5 [mm/h] 以下の負の誤差を示す地点においては、co-sGs はさらに小さく見積もる、つまり誤差が大きくなる傾向がある。
- (d) に関して、交差検証において負の誤差が生じている地点は、地上雨量がまわりの地点に比べて大きな点であると考えられる。co-sGs のようなクリギングを用いる手法は、推定に利用する地上雨量の最大値が地上・レーダ合成雨量の最大値となる（ただし、co-sGs はランダム成分が加わるので必ずしもこの限りではない。）ので、交差検証で想定しているように、降雨場の最大値、あるいは極大値を示す地点での交差検証は、合成雨量が地上観測雨量を下回ることになる。

表-1 交差検証による ME と RMSE の結果（単位：[mm/h]）。

	ME	RMSE
co-sGs	0.17	5.01
Dynamic Window	0.37	5.33

5. おわりに

共変量クリギング型逐次ガウシアンシミュレーションを用いた地上・レーダ雨量の合成法を提案した。以下に、この手法の特徴をまとめるとする。

- 既推定点を共変量クリギングの主変数のひとつとして加えることにより、観測降雨の空間分布特性を保持しつつランダムなノイズを加えることができる。これにより、不確実性を加味した降雨場を生成することを可能としている。加えるノイズは共変量クリギングの枠組みで計算される推定値の誤差分散をもとに発生させるので、恣意的に誤差の大きさを決定する必要はない。
- 推定するグリッドセルの順序をランダムに決定し、レーダ雨量を近隣の既に推定の終了した点からとることで、特定のグリッドセルのレーダ雨量を常に推定に用いることを避け、レーダ雨量に含まれる誤差の伝播を防ぐ。

提案した手法を 90 年の台風イベントに適用した結果、以下のことが明らかとなった。

- レーダ雨量の空間分布を保ちつつ地上雨量と定量的に整合性のある降雨場を生成することができる。
- 推定誤差 (ME, RMSE) はダイナミックウィンドウ法よりも小さい。

co-sGs はより現実的な降雨場を地上・レーダ雨量から生成する手法であるとともに、流出予測の不確実性を検討するための有効な手段となり得る。

参考文献

- 1) Krajewski, W. F. and Ciach, G. J. : Towards operational probabilistic quantitative precipitation estimation using weather radar, *Proc. of Sixth International Symposium on Hydrological Applications of Weather Radar*, Melbourne, Australia, 2004.
- 2) Wilson, J. W. : Integration of radar and raingage data for improved rainfall measurement, *J. Appl. Meteorol.*, Vol. 9, pp. 489 – 497, 1970.
- 3) Brandes, E. A. : Optimizing rainfall estimates with the aid of radar, *J. of Appl. Meteorol.*, Vol. 14, pp. 1339 – 1345, 1975.
- 4) 山口高志, 北川明, 小野寺直, 高水勝也, 幸弘美 : レーダ雨量計の精度向上について, 河川情報研究, No. 1, pp. 91 – 104, 1993.
- 5) 深見親雄, 新部明朗 : 全国合成レーダ雨量の精度検証, 水文・水資源学会 2004 年研究発表会要旨集, pp. 130 – 131, 2004.
- 6) 吉野文雄 : レーダ水文学, 森北出版, 2002.
- 7) Eddy, A. : Objective analysis of convective scale rainfall using gages and radar, *J. Hydrol.*, Vol. 44, pp. 125 – 134, 1979.
- 8) Crawford, K. C. : Considerations for the design of a hydrologic data network using multivariate sensors, *Water Resourc. Res.*, Vol. 15, No. 6, pp. 1752 – 1762, 1979.
- 9) Krajewski, W. F. : Cokriging radar-rainfall and rain gage data, *J. Geophys. Res.*, Vol. 92, No. D8, pp. 9571 – 9580, 1987.
- 10) Seo, D. J., Krajewski, W. F. and Bowles, D. S. : Stochastic interpolation of rainfall data from rain gages and radar using cokriging 1. Design of experiments, *Water Resourc. Res.*, Vol. 26, No. 3, pp. 469 – 477, 1990.
- 11) Seo, D. J., Krajewski, W. F., Zonoz, A. A. and Bowles, D. S. : Stochastic interpolation of rainfall data from rain gages and radar using cokriging 2. Results, *Water Resourc. Res.*, Vol. 26, No. 5, pp. 915 – 924, 1990.
- 12) Ahnert, P., Krajewski, W. F. and Johnson, E. : Kalman filter estimation of radar-rainfall field bias, *Preprints of the 23rd Conference on Radar Meteorology*, Amer. Meteor. Soc., pp. 33 – 37, 1986.
- 13) Fulton, R., Breidenbach, J., Seo, D. J., Miller, D. and O'Bannon, T. : The WSR-88D rainfall algorithm, *Wea. Forecasting*, Vol. 13, pp. 377 – 395, 1998.
- 14) Deutsch, C. V. and Journel, A. G. : *GSLIB Geostatistical Software Library and User's Guide*, 2nd ed., Oxford University Press, New York, 1998.
- 15) Wackernagel, H. : 地球統計学, 地球統計学委員会訳編, 森北出版, 2003.
- 16) Rodriguez-Iturbe, I. and Mejia, J. M. : The design of rainfall networks in time and space, *Water Resourc. Res.*, Vol. 10, No. 4, pp. 713 – 728, 1974.
- 17) 宝馨, 岡明夫 : 回帰分析およびkrigingによる確率雨量の地域総合化, 土木学会論文集, No. 456 / II-21, pp. 1 – 10, 1992.

(2004. 12. 6 受付)

GAUGE-RADAR RAINFALL COMPOSITION WITH INCORPORATING ESTIMATION UNCERTAINTY BY USING COKRIGING-TYPE SEQUENTIAL GAUSSIAN SIMULATION

Takahiro SAYAMA, Yasuto TACHIKAWA and Kaoru TAKARA

This paper proposes a gauge-radar rainfall composition method using Cokriging-type Sequential Gaussian Simulation (co-sGs). It estimates rainfall fields quantitatively consistent with ground gauged rainfall data keeping the spatial distribution pattern of radar rainfall. The method generates possible rainfall realizations with estimation uncertainty; the generated rainfall fields are to be used to evaluate the uncertainty of runoff prediction with a distributed rainfall-runoff model through a Monte Carlo simulation formulation. Application of co-sGs and its cross validation indicated that the generated rainfall has higher accuracy than one calibrated by Dynamic Window method currently used for operational purpose in Japan.